

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Київський електромеханічний фаховий коледж
Відділення бакалаврської підготовки

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Збірник розрахункових робіт
для студентів II курсу відділення бакалаврської підготовки спеціальностей

151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка

2 частина

Київ

2019

Розглянуто і рекомендовано цикловою комісією загально-технічних дисциплін
(Протокол № __ від «__» _____ 2021 р.)

Розглянуто і рекомендовано цикловою комісією бакалаврської підготовки
(Протокол № __ від «__» _____ 2021 р.)

Затверджено науково-методичною радою
Київського електромеханічного фахового коледжу
(Протокол № __ від «__» _____ 2021 р.)

На в ч а л ь н е в и д а н н я

Вища математика

Методична розробка
для студентів II курсу бакалаврської підготовки
спеціальностей 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, 141 – Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка

Збірник розрахункових робіт 2 частина

Укладачі: Балякіна В.Н. методист, викладач вищої категорії
Золотовський А.О. кандидат ф-м наук

Рецензент:

Київський електромеханічний фаховий коледж
Відділення бакалаврської підготовки
02000, Київ, Повітрофлотський пр-т, 35
Тел.: (044) 249-85-97

Пояснювальна записка

Збірник завдань адресовано студентам за напрямом підготовки 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, робочі навчальні плани яких передбачають виконання розрахункових робіт. Даний збірник містить десять розрахункових робіт, зміст яких повністю відповідає програмі з вищої математики на другий семестр. У межах кожної розрахункової роботи виокремлено практичні вправи у 25 варіантах, що дозволяє кожному студенту навчальної групи запропонувати індивідуальне завдання.

Самостійна робота студентів сприяє більш поглибленому вивченню теоретичного матеріалу, закріпленню і узагальненню отриманих знань, формуванню вмінь використання знань на практиці для комплексного вирішення поставлених завдань.

Критерії оцінювання кожної з розрахункових робіт подано нижче:

<i>відмінно</i>	Повна і правильна відповідь на всі завдання; проявлено вміння аналізувати, узагальнювати, порівнювати; достатня старанність і вправність застосування набутих знань; відмінна якість оформлення.
<i>добре</i>	Повна і правильна відповідь на більшість завдань; виклад матеріалу логічний, послідовний, лаконічний; старанність і вправність застосування набутих знань; добра якість оформлення.
<i>задовільно</i>	Неповна відповідь на більшість завдань; механічність, фрагментарність відповіді; порушення логіки та послідовності відповіді, недостатня самостійність мислення; задовільна якість оформлення.
<i>незадовільно</i>	Неправильна відповідь на завдання; фрагментарність відповіді; незадовільна якість оформлення.

Вимоги до оформлення розрахункової роботи:

- згідно із номером у журналі студент обирає варіант завдання із вказаного списку;
- роботу оформлює в зошиті для розрахункових робіт розбірливо і без скорочень.
- виконання кожного завдання завершується економічним висновком щодо результатів дослідження;
- розрахункова робота повинна бути здана в установлений термін, за невчасну здачу роботи оцінка знижується, за кожний прострочений день на бал.

ЗМІСТ

1. Розрахункова робота № 1. «Границя функції»
2. Розрахункова робота № 2. Тема: «Похідна»
3. Розрахункова робота № 3. Тема: «Дослідження функції та побудова ескізу її графіка»
4. Розрахункова робота № 4. Тема: «Функції багатьох змінних»
5. Розрахункова робота № 5. Тема: «Невизначений інтеграл. Ч.1»
6. Розрахункова робота № 6. Тема: «Невизначений інтеграл. Ч.2»
7. Розрахункова робота № 7. Тема: «Визначений інтеграл та його застосування. Ч.1»
8. Розрахункова робота № 8. Тема: «Визначений інтеграл та його застосування. Ч.2»
9. Розрахункова робота № 9. Тема: «Диференціальні рівняння»
10. Розрахункова робота № 10. Тема: «Ряди»

Розрахункова робота № 2.

Тема: «Похідна»

Варіант 1

1. $y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x}$
2. $y = \sqrt[3]{3x^4 + 2x - 5} + \frac{4}{(x-2)^5}$
3. $y = \sin^3 2x \cdot \cos 8x^5$
4. $y = \operatorname{arccotg}^2 5x \cdot \ln(x-4)$
5. $y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \arcsin 2x^3$
6. $y = (x-3)^4 \arccos 5x^3$
7. $y = \frac{e^{\arccos x}}{\sqrt{x+5}}$
8. $y = \frac{\log_5(3x-7)}{\operatorname{ctg} 7x}$
9. $y = \sqrt{\frac{2x+1}{2x-1}}$
10. $y = \log_2(x-3x^2)$

Варіант 2

1. $y = \frac{3}{x} + \sqrt[5]{x^2} - 4x^3 + \frac{2}{x^4}$
2. $y = \sqrt[3]{(x-3)^4} - \frac{3}{2x^3 - 3x + 1}$
3. $y = \cos^5 3x \cdot \operatorname{tg}(4x+1)^3$
4. $y = \operatorname{arccotg}^3 2x \cdot \ln(x+5)$
5. $y = (x-2)^4 \cdot \arcsin 5x^4$
6. $y = (3x-4)^3 \arccos 3x^2$
7. $y = \frac{(x-4)^2}{e^{\operatorname{arccotg} x}}$
8. $y = \frac{\ln(5x-3)}{\operatorname{tg} 3x}$
9. $y = \sqrt[3]{\frac{2x-5}{2x+3}}$
10. $y = \lg(4x+7)$

Варіант 3

1. $y = 3x^4 + \sqrt[3]{x^5} - \frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}$
2. $y = \sqrt{(x-4)^5} + \frac{5}{(2x^2 + 4x - 1)^2}$
3. $y = \operatorname{tg}^4 x \cdot \arcsin 4x^5$
4. $y = \arccos^4 x \cdot \ln(x^2 + x - 1)$
5. $y = 2^{-x^3} \cdot \operatorname{arctg} 7x^4$
6. $y = (x-3)^4 \cdot \arccos \sqrt{x}$
7. $y = \frac{e^{-x^3}}{\sqrt{x^2 + 5x - 1}}$
8. $y = \frac{\ln(7x+2)}{5 \cos 42x}$
9. $y = \sqrt[4]{\frac{x+3}{x-3}}$
10. $y = \ln(5x^2 - 2x + 1)$

Варіант 4

1. $y = 7\sqrt{x} - \frac{2}{x^5} - 3x^3 + \frac{4}{x}$
2. $y = \sqrt[5]{7x^2 - 3x + 5} - \frac{5}{(x-1)^3}$
3. $y = \arcsin^3 2x \cdot \operatorname{ctg} 7x^4$
4. $y = \sqrt{\arccos 2x} \cdot 3^{-x}$
5. $y = (x+6)^5 \cdot \operatorname{arccotg} 3x^5$
6. $y = (3x-4)^3 \cdot \operatorname{arccotg} 3x^2$
7. $y = \frac{e^{-\operatorname{ctg} 5x}}{(3x^2 - 4x + 2)}$
8. $y = \frac{\sin^3 5x}{\ln(2x-3)}$
9. $y = \sqrt[5]{\frac{x+1}{x-1}}$
10. $y = \log_3(x^2 + x + 4)$

Варіант 5

1. $y = 7x + \frac{5}{x^2} - \sqrt[3]{x^4} + \frac{6}{x}$
2. $y = \sqrt[4]{3x^2 - x + 5} - \frac{3}{(x-5)^4}$
3. $y = \operatorname{ctg} 3x \cdot \arccos 3x^2$
4. $y = \operatorname{tg}^4 3x \cdot \operatorname{arctg} 7x^2$
5. $y = 3^{\cos x} \cdot \ln(x^2 - 3x + 7)$
6. $y = (x-3)^4 \cdot \arcsin 3x^2$
7. $y = \frac{\sqrt{7x^3 - 5x + 2}}{e^{\cos x}}$
8. $y = \frac{\cos^2 3x}{\lg(3x-4)}$
9. $y = \sqrt[6]{\frac{7x-4}{7x+4}}$
10. $y = \log_5(3x^2 + 2x)$

Варіант 6

1. $y = 5x^2 - \sqrt[3]{x^4} + \frac{4}{x^3} - \frac{5}{x}$
2. $y = \sqrt{3x^4 - 2x^3 + x} - \frac{4}{(x+2)^3}$
3. $y = \arccos^2 4x \cdot \ln(x-3)$
4. $y = 5^{-x^2} \cdot \arcsin 3x^3$
5. $y = \log_2(x-7) \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$
6. $y = (2x-3)^4 \cdot \operatorname{arctg}(7x+2)$
7. $y = \frac{e^{\operatorname{tg} 3x}}{\sqrt{3x^2 - x + 4}}$
8. $y = \frac{\operatorname{tg}^3 2x}{\lg(5x+1)}$
9. $y = \sqrt[7]{\frac{2x-3}{2x+1}}$
10. $y = \lg(7x-10)$

Варіант 7

1. $y = 3x^5 - \frac{3}{x} - \sqrt{x^3} + \frac{10}{x^5}$
2. $y = \sqrt[3]{(x-7)^5} + \frac{5}{4x^2 + 3x - 5}$
3. $y = \ln^5 x \cdot \operatorname{arctg} 7x^4$
4. $y = \operatorname{arctg}^5 x \cdot \log_2(x-3)$
5. $y = \arccos^3 5x \cdot \operatorname{tg} x^4$
6. $y = (2x-1)^3 \cdot \arccos 4x^2$
7. $y = \frac{e^{\sin x}}{(x-5)^7}$
8. $y = \frac{\log_3(4x+5)}{2 \operatorname{ctg} \sqrt{x}}$
9. $y = \sqrt[8]{\frac{5x+1}{5x-1}}$
10. $y = \ln(3x - x^2)$

Варіант 8

1. $y = \sqrt[3]{x^7} + \frac{3}{x} - 4x^6 + \frac{4}{x^5}$
2. $y = \sqrt[5]{(x+4)^6} - \frac{2}{2x^2 - 3x + 7}$
3. $y = \operatorname{arctg}^3 4x \cdot 3^{\sin x}$
4. $y = \log_3(x+5) \cdot \arccos 3x$
5. $y = (x-5)^7 \cdot \operatorname{arctg} 7x^3$
6. $y = (2x-3)^2 \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$
7. $y = \frac{\sqrt[3]{2x^2 - 3x + 1}}{e^{-x}}$
8. $y = \frac{\ln(7x-3)}{3 \operatorname{tg}^2 4x}$
9. $y = \sqrt[9]{\frac{x+3}{x-3}}$
10. $y = \log_5(2x-3)$

Варіант 9

1. $y = 8x^2 + \sqrt[3]{x^4} - \frac{4}{x} - \frac{2}{x^3}$
2. $y = \frac{3}{(x-4)^7} - \sqrt{5x^2 - 4x + 3}$
3. $y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arctg} 5x^3$
4. $y = e^{-x} \cdot \arcsin^2 5x$
5. $y = \arccos x^2 \cdot \operatorname{ctg} 7x^3$
6. $y = (x-3)^4 \cdot \arcsin \sqrt{x}$
7. $y = \frac{\sqrt{x^3 + 4x - 5}}{e^{x^3}}$
8. $y = \frac{\lg(11x+3)}{\cos^2 5x}$
9. $y = \sqrt{\frac{6x+5}{6x-5}}$
10. $y = \lg(4x+7)$

Варіант 10

1. $y = 4x^6 + \frac{5}{x} - \sqrt[3]{x^7} - \frac{7}{x^4}$
2. $y = \sqrt[3]{4x^2 - 3x - 4} - \frac{2}{(x-3)^5}$
3. $y = \log_4(x-1) \cdot \arcsin^4 x$
4. $y = \operatorname{arctg}^3 2x \cdot \ln(x+5)$
5. $y = 5^{-x^2} \cdot \arccos 5x^4$
6. $y = (3x-7)^5 \cdot \arccos \frac{1}{x}$
7. $y = \frac{e^{\operatorname{ctg} 5x}}{(x+4)^3}$
8. $y = \frac{\operatorname{ctg}^2 5x}{\ln(7x-2)}$
9. $y = \sqrt[3]{\frac{4x-1}{4x+1}}$
10. $y = \ln(2x^3 - 3)$

Варіант 11

1. $y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x} + 3x^2 - \frac{2}{x^5}$
2. $y = \frac{7}{(x-1)^3} + \sqrt{8x-3+x^2}$
3. $y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \arcsin 7x^4$
4. $y = (x-4)^5 \cdot \operatorname{arctg} 3x^2$
5. $y = \operatorname{arctg}^4 x \cdot \cos 7x^4$
6. $y = (7x-21)^4 \cdot \arccos x^2$
7. $y = \frac{\sqrt{3+2x-x^2}}{e^x}$
8. $y = \frac{\operatorname{tg}^2(x-2)}{\lg(x+3)}$
9. $y = \sqrt[4]{\frac{x+6}{x-6}}$
10. $y = \sin(3x^2 + 1)$

Варіант 12

1. $y = 4x^3 - \frac{3}{x} - \sqrt[5]{x^2} + \frac{6}{x^2}$
2. $y = \sqrt[5]{3x^2 + 4x - 5} + \frac{4}{(x-4)^4}$
3. $y = 5^{x^2} \cdot \arccos 2x^5$
4. $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$
5. $y = 4(x-7)^6 \cdot \arcsin 3x^5$
6. $y = (3x+2)^4 \cdot \operatorname{arctg} 3x$
7. $y = \frac{e^{3x}}{\sqrt{3x^2 - 4x - 7}}$
8. $y = \frac{\sin^3(5x+1)}{\lg(3x-2)}$
9. $y = \sqrt[5]{\frac{x-7}{x+7}}$
10. $y = \cos(2x^3 + x)$

Варіант 13

1. $y = 5x^3 - \frac{8}{x^2} + 4\sqrt{x} + \frac{1}{x}$
2. $y = \sqrt[3]{5x^4 - 2x - 1} + \frac{8}{(x-5)^2}$
3. $y = \sin^4 3x \cdot \operatorname{arctg} 2x^3$
4. $y = e^{-\cos x} \cdot \operatorname{arctg} 7x^5$
5. $y = (x+5)^2 \cdot \arccos^3 5x$
6. $y = (4x-3) \cdot \operatorname{arctg} 3x^4$
7. $y = \frac{e^{-\sin 2x}}{(x+5)^4}$
8. $y = \frac{\cos^4(7x-1)}{\lg(x+5)}$
9. $y = \sqrt[6]{\frac{x-9}{x+9}}$
10. $y = \operatorname{tg}(3x^2 - 4x + 1)$

Варіант 14

1. $y = \frac{9}{x^3} + \sqrt[3]{x^4} - \frac{2}{x} + 5x^4$
2. $y = \frac{3}{(x+2)^5} - \sqrt[7]{5x - 7x^2 - 3}$
3. $y = \cos^3 4x \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$
4. $y = (x+1) \cdot \arccos 3x^4$
5. $y = 2^{-\sin x} \cdot \arcsin^3 2x$
6. $y = (2x-3)^3 \cdot \arcsin \sqrt{x}$
7. $y = \frac{e^{\cos 5x}}{\sqrt{x^2 - 5x - 2}}$
8. $y = \frac{\sin^3(4x+3)}{\ln(7x+1)}$
9. $y = \sqrt[7]{\frac{x-4}{x+4}}$
10. $y = \operatorname{ctg}(2x^2 + 5x + 3)$

Варіант 15

1. $y = \frac{4}{x^5} - \frac{9}{x} + \sqrt[5]{x^2} - 7x^3$
2. $y = \sqrt[4]{(x-1)^5} - \frac{4}{7x^2 - 3x + 2}$
3. $y = \operatorname{tg}^3 2x \cdot \arcsin x^5$
4. $y = 2^{\sin x} \cdot \operatorname{arctg} x^4$
5. $y = (x+2)^7 \cdot \arccos \sqrt{x}$
6. $y = (2x-8)^3 \cdot \arcsin 7x^2$
7. $y = \frac{(2x+5)^3}{e^{\operatorname{tg} x}}$
8. $y = \frac{\operatorname{ctg}^3(2x-3)}{\log_3(x+2)}$
9. $y = \sqrt[8]{\frac{x-2}{x+2}}$
10. $y = \sin(4x^2 - 7x + 2)$

Варіант 16

1. $y = \frac{8}{x^3} + \frac{3}{x} - 4\sqrt{x^3} + 2x^7$
2. $y = \sqrt[5]{(x-2)^6} - \frac{3}{7x^3 - x^2 - 4}$
3. $y = \operatorname{ctg}^7 x \cdot \arccos 2x^3$
4. $y = 3^{-x^3} \cdot \operatorname{arctg} 2x^5$
5. $y = (x-7)^5 \cdot \arcsin 7x^4$
6. $y = (2x-3)^5 \cdot \arccos 3x^4$
7. $y = \frac{e^{-\operatorname{tg} 3x}}{4x^2 - 3x + 5}$
8. $y = \frac{\lg^3 x}{\sin 5x^2}$
9. $y = \sqrt[9]{\frac{x-3}{x+3}}$
10. $y = \cos(x^2 - 3x + 2)$

Варіант 17

1. $y = 5x^2 + \frac{4}{x} - \sqrt[3]{x^7} - 2x^6$
2. $y = \frac{3}{(x+4)^2} - \sqrt[3]{4+3x-x^4}$
3. $y = e^{-\sin x} \cdot \operatorname{tg} 7x^6$
4. $y = 3^{\cos x} \arcsin^2 3x$
5. $y = \ln(x-3) \cdot \arccos 3x^4$
6. $y = (5x-3)^2 \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{x}$
7. $y = \frac{e^{-\sin 4x}}{(2x-5)^6}$
8. $y = \frac{\ln^2(x+1)}{\cos 3x^4}$
9. $y = \sqrt{\frac{3x-2}{3x+2}}$
10. $y = \operatorname{tg}(2x^2-9)$

Варіант 18

1. $y = 10x^2 + 3\sqrt{x^5} - \frac{4}{x} - \frac{5}{x^4}$
2. $y = \frac{2}{(x-1)^3} - \frac{8}{6x^2+3x-7}$
3. $y = e^{\cos x} \cdot \operatorname{ctg} 8x^3$
4. $y = \ln(x-10) \cdot \arccos^2 4x$
5. $y = \log_2(x-4) \cdot \operatorname{arctg}^3 4x$
6. $y = (4x-3)^4 \cdot \operatorname{arctg} x^3$
7. $y = \frac{3x^2-5x+10}{e^{-x^4}}$
8. $y = \frac{\log_2(7x-5)}{\operatorname{tg} \sqrt{x}}$
9. $y = \sqrt{\frac{2x+3}{2x-3}}$
10. $y = \operatorname{ctg}(3x^2+5)$

Варіант 19

1. $y = \sqrt{x^5} - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^3} - 3x^3$
2. $y = \sqrt{1+5x-2x^2} + \frac{3}{(x-3)^4}$
3. $y = \cos^5 x \cdot \arccos 4x$
4. $y = \lg(x-2) \cdot \arcsin^5 x$
5. $y = (x-7)^4 \cdot \operatorname{arctg}^2 7x$
6. $y = (3x+5)^4 \cdot \arccos 3x^2$
7. $y = \frac{e^{-x}}{(2x^2-x+4)^2}$
8. $y = \frac{\log_3(4x-2)}{\operatorname{ctg} 2x}$
9. $y = \sqrt[4]{\frac{x+5}{x-5}}$
10. $y = \sin(3x^2-x+4)$

Варіант 20

1. $y = 9x^3 + \frac{5}{x} - \frac{7}{x^4} + \sqrt[3]{x^7}$
2. $y = \sqrt[3]{5+4x-x^2} - \frac{5}{(x+1)^3}$
3. $y = \sin^3 7x \cdot \operatorname{arctg} 5x^2$
4. $y = \log_3(x+1) \cdot \operatorname{arctg}^5 7x$
5. $y = \sqrt[3]{x-3} \cdot \arccos^4 2x$
6. $y = (5x-1)^2 \cdot \operatorname{arctg}(5x-1)$
7. $y = \frac{e^{4x}}{(3x+5)^3}$
8. $y = \frac{\ln^3(x-5)}{\operatorname{tg} \frac{1}{x}}$
9. $y = \sqrt[5]{\frac{x-6}{x+6}}$
10. $y = \cos(7x+2)$

Варіант 21

1. $y = 3\sqrt{x} + \frac{4}{x^5} + \sqrt[3]{x^2} - \frac{7}{x}$
2. $y = \sqrt[4]{5x^2 - 4x + 1} - \frac{7}{(x-5)^2}$
3. $y = \sin^2 3x \cdot \operatorname{arccctg} 3x^5$
4. $y = \ln(x+9) \cdot \operatorname{arctg}^3 2x$
5. $y = \sqrt[3]{x-4} \cdot \arcsin^4 5x$
6. $y = (x-3)^4 \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$
7. $y = \frac{e^{\operatorname{ctg} 5x}}{(3x-5)^4}$
8. $y = \frac{\lg(x+2)}{\sin 2x^5}$
9. $y = \sqrt[6]{\frac{x-7}{x+7}}$
10. $y = \arcsin(2x+3)$

Варіант 22

1. $y = \sqrt{x^3} + \frac{2}{x} - \frac{4}{x^5} - 5x^3$
2. $y = \sqrt[5]{3-7x+x^2} - \frac{4}{(x-7)^5}$
3. $y = \cos \sqrt[5]{x} \cdot \operatorname{arctg} x^4$
4. $y = \lg(x+2) \cdot \arcsin^2 3x$
5. $y = (x-3)^5 \cdot \arccos 3x^6$
6. $y = (3x+1)^3 \cdot \arcsin(3x+1)$
7. $y = \frac{(2x-3)^7}{e^{-2x}}$
8. $y = \frac{\operatorname{tg}^3 7x}{\ln(3x+2)}$
9. $y = \sqrt[7]{\frac{x-8}{x+8}}$
10. $y = \arccos(3x-5)$

Варіант 23

1. $y = 7x^2 + \frac{3}{x} - \sqrt[5]{x^4} + \frac{8}{x^3}$
2. $y = \sqrt{(x-3)^7} + \frac{9}{7x^2 - 5x - 8}$
3. $y = \operatorname{tg}^6 2x \cdot \cos 7x^2$
4. $y = 4^{-\sin x} \cdot \operatorname{arctg} 3x$
5. $y = \sqrt{(x+3)^5} \cdot \arcsin 2x^3$
6. $y = (5x-3)^6 \cdot \operatorname{arctg} x^4$
7. $y = \frac{(3x+1)^4}{e^{4x}}$
8. $y = \frac{\operatorname{ctg} \sqrt{x-2}}{\lg(3x+5)}$
9. $y = \sqrt[8]{\frac{x-4}{x+4}}$
10. $y = \operatorname{arctg}(5x+1)$

Варіант 24

1. $y = 8x^3 - \frac{4}{x} - \frac{7}{x^4} + \sqrt[7]{x^2}$
2. $y = \sqrt[3]{(x-8)^4} - \frac{2}{1+3x-4x^2}$
3. $y = \operatorname{ctg}^3 4x \cdot \arcsin \sqrt{x}$
4. $y = 2^{\cos x} \cdot \operatorname{arctg}^3 x$
5. $y = \sqrt[3]{(x+1)^2} \cdot \arccos 3x$
6. $y = (2x-3)^6 \cdot \arccos x^3$
7. $y = \frac{5x^2 + 4x - 2}{e^{-x}}$
8. $y = \frac{\operatorname{tg}(3x-5)}{\ln^2(x+3)}$
9. $y = \sqrt[9]{\frac{x-1}{x+1}}$
10. $y = \operatorname{arctg}(7x+2)$

Вариант 25

1. $y = 8x - \frac{5}{x^4} + \frac{1}{x} - \sqrt[5]{x^4}$
2. $y = \frac{3}{4x - 3x^2 + 1} - \sqrt{(x+1)^5}$
3. $y = \operatorname{ctg} \frac{1}{x} \cdot \arccos x^4$
4. $y = \lg(x-3) \cdot \arcsin^2 5x$
5. $y = \operatorname{tg}^3 x \cdot \operatorname{arctg} 3x$
6. $y = (x-3)^4 \cdot \arccos \sqrt{x}$
7. $y = \frac{\sqrt{5x^2 - x + 1}}{e^{3x}}$
8. $y = \frac{\cos^2 x}{\lg(x^2 - 2x + 1)}$
9. $y = \sqrt{\frac{7x-4}{7x+4}}$
10. $y = \arcsin(x^2 + 1)$

Вариант 26

1. $y = \sqrt[4]{x^3} - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^5} + 3x$
2. $y = \frac{3}{x-4} + \sqrt[6]{(2x^2 - 3x + 1)^5}$
3. $y = \operatorname{tg} \sqrt{x} \cdot \operatorname{arctg} 3x^5$
4. $y = \log_2(x+3) \cdot \arccos^2 x$
5. $y = \sqrt{(x-2)^3} \cdot \operatorname{arctg}(7x-1)$
6. $y = (4x+1)^4 \cdot \arccos 2x$
7. $y = \frac{e^{-x^2}}{(2x-5)^7}$
8. $y = \frac{\log_2(3x+7)}{\operatorname{tg} 3x}$
9. $y = \sqrt[3]{\frac{8x-3}{8x+3}}$
10. $y = \arccos(x^2 - 5)$

Розрахункова робота № 3.

Тема: «Дослідження функції та побудова ескізу її графіка»

Завдання: Побудуйте ескізи графіків, дослідивши функції

Варіант 1

$$a) y = \frac{1}{3}x^3 - 4x;$$

$$б) y = \frac{2 - 4x^2}{1 - 4x^2}.$$

Варіант 2

$$a) y = x^4 - 2x^2 + 2;$$

$$б) y = \frac{x^2 - 1}{x}.$$

Варіант 3

$$a) y = \frac{x}{1 + x^2};$$

$$б) y = \ln(1 + x^2).$$

Варіант 4

$$a) y = \frac{1}{1 + x^2};$$

$$б) y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$$

Варіант 5

$$a) y = \frac{1}{x^2 - 1};$$

$$б) y = 3x^2 - x^3$$

Варіант 6

$$a) y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x - 1;$$

$$б) y = \frac{2x^2 + 1}{x - 1}$$

Варіант 7

$$a) y = \frac{x^3}{x^2 - 4};$$

$$б) y = x^3 - 3x^2 + 6x + 7$$

Варіант 8

$$a) y = \frac{x^3}{3(x - 1)^2};$$

$$б) y = x^2 + \frac{2}{x}$$

Варіант 9

$$a) y = \frac{x^2 - 1}{4(x^2 + 1)};$$

$$б) y = x^4 + 6x^3 + 12x^2$$

Варіант 10

$$a) y = \frac{x^4}{x^3 + 1};$$

$$б) y = x^4 + 8x^3 + 18x^2 + 8$$

Варіант 11

$$a) y = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}};$$

$$б) y = \frac{16}{x^2(x-4)}$$

Варіант 12

$$a) y = x^3 \cdot e^{-3x};$$

$$б) y = \frac{x^3}{3-x^2}$$

Варіант 13

$$a) y = \frac{x^3 + 4}{x^2};$$

$$б) y = 3x^2 - 4x\sqrt{x}$$

Варіант 14

$$a) y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2};$$

$$б) y = \frac{x^4}{x^3 - 1}$$

Варіант 15

$$a) y = \frac{e^x}{x};$$

$$б) y = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$$

Варіант 16

$$a) y = x^2 \ln x;$$

$$б) y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

Варіант 17

$$a) y = x \ln x;$$

$$б) y = \frac{3}{x} - \frac{1}{x^3}$$

Варіант 18

$$a) y = 3x - x^3;$$

$$б) y = \frac{4x^3}{x^3 - 1}$$

Варіант 19

$$a) y = \frac{x^3}{2(x+1)^2};$$

$$б) y = x + \frac{7}{x} - \frac{3}{x^2}$$

Варіант 20

$$a) y = x^3 - 3x + 1;$$

$$б) y = \frac{8}{x^2 - 4}$$

Варіант 21

$$a) y = x - \frac{8}{x^4};$$

$$б) y = \frac{3x^4 + 1}{x^3}$$

Варіант 22

$$a) y = \frac{x^4 + 1}{x^2};$$

$$б) y = \frac{4x^2}{3 - x}$$

Варіант 23

$$a) y = \frac{x^3}{e^x};$$

$$б) y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

Варіант 24

$$a) y = \frac{x^2}{e^x};$$

$$б) y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

Варіант 25

$$a) y = x + x^{\frac{5}{3}};$$

$$б) y = \frac{x^4}{(1 + x)^3}$$

в) для всіх варіантів

$$\text{непарні } N$$
$$y = \frac{(3N + x)^2 x}{-N^2}$$

де N – номер варіанту студента.

$$\text{парні } N$$
$$y = \frac{x^3 - 3Nx^2}{N^3},$$

Розрахункова робота № 4.

Тема: « Функції багатьох змінних »

I. Знайти частинні похідні z'_x , z'_y та повний диференціал dz функцій:

- | | |
|--|--|
| 1. a) $z = 3x^6 + 2x^2y^5 - 4x + 5y^3$ | б) $z = \ln(y^2 - e^{-x})$ |
| 2. a) $z = -x^4 + 3xy^4 - 5x^3 + 2$ | б) $z = \operatorname{tg}(x^3 + y^2)$ |
| 3. a) $z = -3x^3 + 2x^3y^5 - 5y^2 + 1$ | б) $z = \sin \sqrt{y/x^3}$ |
| 4. a) $z = 7x^8y - 32xy^4 - 3y + 5$ | б) $z = \cos(x^3 - 2xy)$ |
| 5. a) $z = 6x^6y^3 - 2xy^3 + 4x - 3$ | б) $z = \arcsin \sqrt{xy}$ |
| 6. a) $z = 2x^4 - y^3 - 3xy^4 + 4y + 2$ | б) $z = \operatorname{arctg}(x^2 + y^2)$ |
| 7. a) $z = x^3 - 2y^4 + x^5y + 7x - 1$ | б) $z = \operatorname{ctg} \sqrt{xy^3}$ |
| 8. a) $z = -x^2y^4 - 2x + y^8 + 2x - 6$ | б) $z = e^{-x^2+y^2}$ |
| 9. a) $z = 3xy^2 + x^3y - 3x + 3$ | б) $z = \ln(3x^2 - y^4)$ |
| 10. a) $z = 5x^5y^2 - x + y^6 + 10$ | б) $z = \arccos(y/x)$ |
| 11. a) $z = 7x^4y^2 - 3y^3 + 3x - 4$ | б) $z = \operatorname{arcctg}(xy^2)$ |
| 12. a) $z = -4x^4y^5 - 6x + y^4 - 8$ | б) $z = \cos \sqrt{x^2 + y^2}$ |
| 13. a) $z = -x^2y^3 - 4x - 3y^2 + 7$ | б) $z = \sin \sqrt{x - y^3}$ |
| 14. a) $z = 2x^7y^4 + 3x^2 - y^4 - 1$ | б) $z = \operatorname{tg}(x^3y^4)$ |
| 15. a) $z = -x^4y^4 + 5x^6 - 3y^3 - 2$ | б) $z = \operatorname{ctg}(3x - 2y)$ |
| 16. a) $z = 4x^2y^2 - 2x^5 - y + 10$ | б) $z = e^{2x^2-y}$ |
| 17. a) $z = -x^9y^4 + 2x^3 + 4y^3 + 7$ | б) $z = \ln(\sqrt{xy} - 1)$ |
| 18. a) $z = 3x^2y^5 + 7x^3 - y^{-2} - 5$ | б) $z = \arcsin(2x^3y)$ |
| 19. a) $z = 5x^3y^{-3} - 2x^2 + y^4 + 4$ | б) $z = \cos(x - \sqrt{xy^3})$ |
| 20. a) $z = -x^4y^2 - 2x\sqrt{y} + 4x - 2$ | б) $z = \sqrt{\operatorname{tg}^2x + \operatorname{ctg}^2y}$ |
| 21. a) $z = 4x^3y^2 + 7\sqrt{x} - y^5 - 6$ | б) $z = \sqrt{\sin^2x - \cos^2y}$ |
| 22. a) $z = -x^7y^6 + 6x^3\sqrt{y} + 4x^3$ | б) $z = \arccos(x - y^2)$ |
| 23. a) $z = x^4y^2 - x^2 + 4y^{-3} - 8$ | б) $z = (\arcsin x)^y$ |
| 24. a) $z = -2x^2y^5 - \sqrt{2x}y^3 + 4y$ | б) $z = e^{-(x^3+y^3)}$ |
| 25. a) $z = 3x^4y^5 + 5x - 2y^4 + 2$ | б) $z = \sin \frac{x+y}{x-y}$ |
| 26. a) $z = 4x^{-2}y^{-3} - 5x - 4y^5 + 8$ | б) $z = \operatorname{arcctg} \frac{x^3}{y}$ |
| 27. a) $z = 9x^{-2}y^6 + 3x^4 - 2y + 3$ | б) $z = \operatorname{arctg}(x^2/y^3)$ |

II. Обчислити значення частинних похідних u'_x, u'_y, u'_z для заданої функції $u = f(x, y, z)$ в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ з точністю до 2-х знаків після коми.

1. $f(x, y, z) = z/\sqrt{x^2 + y^2}, M_0(0, -1, 1)$
2. $f(x, y, z) = \ln(x^3 + 2y^3 - z^3), M_0(2, 1, 0)$
3. $f(x, y, z) = (\sin x)^{yz}, M_0(\frac{\pi}{6}, 1, 2)$
4. $f(x, y, z) = \ln(x + \frac{y}{2z}), M_0(1, 2, 1)$
5. $f(x, y, z) = x/\sqrt{y^2 + z^2}, M_0(1, 0, 1)$
6. $f(x, y, z) = \ln \cos(x^2 y^2 + z), M_0(0, 0, \pi/4)$
7. $f(x, y, z) = 27 \cdot \sqrt[3]{x + y^2 + z^3}, M_0(3, 4, 2)$
8. $f(x, y, z) = ze^{-xy}, M_0(0, 1, 1)$
9. $f(x, y, z) = \arcsin(x^2/y - z), M_0(2, 5, 0)$
10. $f(x, y, z) = \sqrt{z} \sin(y/x), M_0(2, 0, 4)$
11. $f(x, y, z) = y/\sqrt{x^2 + z^2}, M_0(-1, 1, 0)$
12. $f(x, y, z) = \arctg(xz/y^2), M_0(2, 1, 1)$
13. $f(x, y, z) = \frac{\sin(x-y)}{z}, M_0(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \sqrt{3})$
14. $f(x, y, z) = \frac{y}{x} + \frac{z}{y} - \frac{x}{z}, M_0(1, 1, 2)$
15. $f(x, y, z) = 1/\sqrt{x^2 + y^2 - z^2}, M_0(1, 2, 2)$
16. $f(x, y, z) = \ln(x + y^2) - \sqrt{x^2 z^2}, M_0(5, 2, 3)$
17. $f(x, y, z) = \sqrt{z} x^y, M_0(1, 2, 4)$
18. $f(x, y, z) = -z/\sqrt{x^2 + y^2}, M_0(\sqrt{2}, \sqrt{2}, \sqrt{2})$
19. $f(x, y, z) = \ln(x^3 + \sqrt[3]{y} - z), M_0(2, 1, 8)$
20. $f(x, y, z) = z/(x^4 + y^2), M_0(2, 3, 25)$
21. $f(x, y, z) = 8 \cdot \sqrt[5]{x^3 + y^2 + z}, M_0(3, 2, 1)$
22. $f(x, y, z) = \ln(\sqrt[5]{x} + \sqrt[4]{y} - z), M_0(1, 1, 1)$
23. $f(x, y, z) = -2x/\sqrt{y^2 + z^2}, M_0(3, 0, 1)$
24. $f(x, y, z) = ze^{-(x^2+y^2)/2}, M_0(0, 0, 1)$
25. $f(x, y, z) = xz/(x-y), M_0(3, 1, 1)$
26. $f(x, y, z) = \ln \sin(x-2y+z/4), M_0(1, 1/2, \pi)$
27. $f(x, y, z) = \arctg(xy^2 + z), M_0(2, 1, 0)$

III. Знайти частинні похідні 2-го порядку. Впевнитись, що $z''_{xy} = z''_{yx}$.

1. $z = e^{x^2-y^2}$
2. $z = \operatorname{ctg}(x+y)$
3. $z = \operatorname{tg}(x/y)$
4. $z = \cos(xy^2)$
5. $z = \sin(x^2 - y)$
6. $z = \arctg(x+y)$
7. $z = \arcsin(x-y)$
8. $z = \arccos(2x+y)$
9. $z = \operatorname{arcctg}(x-3y)$
10. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$
11. $z = e^{2x^2+y^2}$
12. $z = \operatorname{ctg}(y/x)$
13. $z = \operatorname{tg}\sqrt{xy}$
14. $z = \cos(x^2 y^2 - 5)$
15. $z = \sin\sqrt{x^3 y}$
16. $z = \arcsin(x-2y)$
17. $z = \arccos(4x-y)$
18. $z = \operatorname{arcctg}(5x+2y)$
19. $z = \operatorname{arcctg}(2x-y)$
20. $z = \ln(3x^2 - 2y^2)$
21. $z = e^{\sqrt{x-y}}$
22. $z = \arcsin(4x+y)$
23. $z = \arccos(x-5y)$
24. $z = \sin\sqrt{xy}$
25. $z = \cos(3x^2 - y^3)$
26. $z = \arctg(3x+2y)$
27. $z = \ln(5x^2 - 3y^4)$

IV. Перевірити, чи є задана функція розв'язком заданого рівняння.

1. $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots u = \frac{y}{x}$

2. $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3(x^3 - y^3), \dots u = \ln \frac{x}{y} + x^3 - y^3$

3. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots u = \ln(x^2 + (y+1)^2)$

4. $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = (1 + y \ln x) \frac{\partial u}{\partial x}, \dots u = x^y$

5. $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2u, \dots u = \frac{xy}{x+y}$

6. $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots u = e^{xy}$

7. $a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \dots u = \sin^2(x - ay)$

8. $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots u = y \sqrt{\frac{y}{x}}$

9. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \dots u = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

10. $a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \dots u = e^{-\cos(x+ay)}$

11. $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \dots u = (x-y)(y-z)(z-x)$

12. $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = u, \dots u = x \ln \frac{y}{x}$

13. $y \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \dots u = \ln(x^2 + y^2)$

14. $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} - xy \frac{\partial u}{\partial y} + y^2 = 0, \dots u = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$

15. $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + 2xy, \dots u = 0, u = e^{xy}$

$$16. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0, \dots u = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{1-xy}$$

$$17. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots u = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$$

$$18. x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + u = 0, \dots u = \frac{2x+3y}{x^2+y^2}$$

$$19. \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 = 1, \dots u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$20. x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2u, \dots u = (x^2 + y^2) \operatorname{tg} \frac{x}{y}$$

$$21. 9 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots u = e^{-(x+3y)} \sin(x+3y)$$

$$22. x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots, u = xe^{\frac{y}{x}}$$

$$23. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \dots, u = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

$$24. x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \dots, u = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$$

$$25. \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \dots, u = \ln(x + e^{-y})$$

$$26. x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0, \dots, u = \arcsin \frac{x}{x+y}$$

$$27. \frac{1}{x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u}{y^2}, \dots, u = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$$

V. Знайдіть похідну функції z у точці A за напрямом вектора $\vec{l}$

- | | | | | | |
|---------------------------------|-----------|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------|----------------------------------|
| 1. $z = \arctg \frac{x}{y}$ | $A(1;1)$ | $\vec{l} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$ | 2. $z = \ln(2x + 3y)$ | $A(2;2)$ | $\vec{l} = -4\vec{i} + 3\vec{j}$ |
| 3. $z = \arcsin \frac{x}{x+y}$ | $A(1;1)$ | $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ | 4. $z = \arctg \frac{y}{x}$ | $A(-1;1)$ | $\vec{l} = \vec{i} - \vec{j}$ |
| 5. $z = \ln(8x^2 + 3y)$ | $A(1;4)$ | $\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}$ | 6. $z = x^2 + 2xy + y^2$ | $A(1;2)$ | $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ |
| 7. $z = 3x^2y^2 + 5y^2x$ | $A(1;1)$ | $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$ | 8. $z = \ln(x^2 - y^3)$ | $A(2;1)$ | $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ |
| 9. $z = 3x^4 + 2x^2y^3$ | $A(-1;2)$ | $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ | 10. $z = \ln(xy^2 + 1)$ | $A(1;1)$ | $\vec{l} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$ |
| 11. $z = \arctg(xy^2)$ | $A(2;3)$ | $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ | 12. $z = \arctg(x^2y)$ | $A(-2;1)$ | $\vec{l} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ |
| 13. $z = \arcsin \frac{x^2}{y}$ | $A(1;2)$ | $\vec{l} = 5\vec{i} - 12\vec{j}$ | 14. $z = xe^y$ | $A(2;0)$ | $\vec{l} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$ |
| 15. $z = \ln(5x^2 + 4y^2)$ | $A(1;1)$ | $\vec{l} = 2\vec{i} - \vec{j}$ | 16. $z = x^2 + 3xy^2$ | $A(-1;3)$ | $\vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}$ |
| 17. $z = 2x^2 + 3xy + y^2$ | $A(2;1)$ | $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ | 18. $z = \ln(e^x + e^y)$ | $A(1;0)$ | $\vec{l} = \vec{i} + \vec{j}$ |
| 19. $z = \ln(x^2 + 3y^2)$ | $A(1;1)$ | $\vec{l} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ | 20. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ | $A(-3;-4)$ | $\vec{l} = -\vec{i} + 2\vec{j}$ |
| 21. $z = \arctg(xy)$ | $A(2;3)$ | $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ | 22. $z = 2xy - y^3 + x$ | $A(-1;2)$ | $\vec{l} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ |
| 23. $z = x^3y + xy^2$ | $A(1;3)$ | $\vec{l} = -5\vec{i} + 12\vec{j}$ | 24. $z = (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}$ | $A(\sqrt{3};1)$ | $\vec{l} = \vec{i} + \vec{j}$ |
| 25. $z = \frac{x}{y^2}$ | $A(3;4)$ | $\vec{l} = -3\vec{i} - 4\vec{j}$ | 26. $z = \ln(x + \frac{1}{y})$ | $A(1;1)$ | $\vec{l} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ |
| 27. $z = \frac{x+y}{x^2+y^2}$ | $A(1;-2)$ | $\vec{l} = \vec{i} + 2\vec{j}$ | | | |

VI. Дослідити функцію на екстремум.

- | | |
|---|---|
| 1. $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$ | 15. $z = 2xy - 2x^2 - 4y^2$ |
| 2. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5$ | 16. $z = x\sqrt{y} - x^2 - y + 6x + 3$ |
| 3. $z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2$ | 17. $z = 2xy - 5x^2 - 3y^2 + 2$ |
| 4. $z = 1 + 6x - x^2 - xy - y^2$ | 18. $z = xy(12 - x - y)$ |
| 5. $z = x^3 + y^2 - 6xy - 39x + 18y + 20$ | 19. $z = xy - x^2 - y^2 + 9$ |
| 6. $z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5$ | 20. $z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10$ |
| 7. $z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10$ | 21. $z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ |
| 8. $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$ | 22. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$ |
| 9. $z = 4(x - y) - x^2 - y^2$ | 23. $z = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$ |
| 10. $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$ | 24. $z = xy(6 - x - y)$ |
| 11. $z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y$ | 25. $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ |
| 12. $z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10$ | 26. $z = x^2 + xy + y^2 - 2x - y$ |
| 13. $z = (x - 5)^2 + y^2 + 1$ | 27. $z = (x - 1)^2 + 2y^2$ |
| 14. $z = x^3 + y^3 - 3xy$ | |

Розрахункова робота № 5.
Тема: «Невизначений інтеграл. Ч.1»

Варіант 1	Варіант 2
1. $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$ 2. $\int \sqrt[3]{(1+x^2)} dx$ 3. $\int \sin(2-3x) dx$ 4. $\int \frac{\sqrt{3} dx}{9x^2 + 3}$ 5. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{5-4x^2}}$ 6. $\int \frac{dx}{\sqrt{2-5x^2}}$ 7. $\int (x+1)e^{2x} dx$ 8. $\int \ln(x-5) dx$ 9. $\int \arctg 2x dx$ 10. $\int e^{2x-7} dx$	1. $\int \frac{2\sqrt{x} - x^2 + 3}{\sqrt[3]{x}} dx$ 2. $\int \frac{dx}{\sqrt{1+x}}$ 3. $\int \sin(3-2x) dx$ 4. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-9x^2}}$ 5. $\int \frac{xdx}{\sqrt{5-3x^2}}$ 6. $\int \frac{dx}{2x^2 + 5}$ 7. $\int (x-2)e^x dx$ 8. $\int \arctg 2x dx$ 9. $\int x \cdot \cos 6x dx$ 10. $\int e^{3+5x} dx$
Варіант 3	Варіант 4
1. $\int \frac{3\sqrt{x} + 4x^2 - 5}{2x^2} dx$ 2. $\int \sqrt{3+x} dx$ 3. $\int \sin(5-3x) dx$ 4. $\int \frac{dx}{9x^2 + 3}$ 5. $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}$ 6. $\int \frac{dx}{\sqrt{3-7x^2}}$ 7. $\int (x-7)\cos 2x dx$ 8. $\int x^2 e^{-x} dx$ 9. $\int \arcsin 3x dx$ 10. $\int e^{2-3x} dx$	1. $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx$ 2. $\int \sqrt[3]{1+x} dx$ 3. $\int \cos(2+3x) dx$ 4. $\int \frac{9dx}{\sqrt{3-9x^2}}$ 5. $\int \frac{4x dx}{\sqrt{3-4x^2}}$ 6. $\int \frac{dx}{2+5x^2}$ 7. $\int (x-1)\cos 5x dx$ 8. $\int (x+1)e^{-4x} dx$ 9. $\int \arccos 2x dx$ 10. $\int e^{2x+1} dx$

Варіант 5 $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2x + 5}{x^2} dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x)^3}}$ $\int \cos(3+2x) dx$ $\int \frac{\sqrt{3}dx}{\sqrt{3-9x^2}}$ $\int \frac{2xdx}{\sqrt{8x^2-9}}$ $\int \frac{dx}{2x^2+3}$ $\int (x+2)\cos 3xdx$ $\int x^2 e^{-2x} dx$ $\int \arctg 8xdx$ $\int e^{7x-2} dx$	Варіант 6 $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{\sqrt{x}} dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2+x}}$ $\int \sin(4-2x) dx$ $\int \frac{dx}{7x^2+4}$ $\int \frac{4xdx}{\sqrt{4x^2+3}}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{1-5x^2}}$ $\int (x-2)\cos 4xdx$ $\int \arctg 3xdx$ $\int x \cdot \sin(x-2) dx$ $\int e^{5x-7} dx$
Варіант 7 $\int \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2\sqrt[4]{x}}{x} + 3 \right) dx$ $\int (1-4x)^7 dx$ $\int \cos(5-2x) dx$ $\int \frac{3dx}{\sqrt{4-7x^2}}$ $\int \frac{xdx}{\sqrt{9-8x^2}}$ $\int \frac{dx}{2x^2+9}$ $\int (x-4)\sin 2xdx$ $\int x \cdot \cos 8xdx$ $\int \arcsin 8xdx$ $\int e^{5x+7} dx$	Варіант 8 $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 1}{\sqrt{x}} dx$ $\int (1+4x)^5 dx$ $\int \cos(7x+3) dx$ $\int \frac{dx}{5x^2+3}$ $\int \frac{\sqrt{3}xdx}{\sqrt{3x^2-2}}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{9-2x^2}}$ $\int (x-3)\cos xdx$ $\int \arctg 4xdx$ $\int x \cdot \sin(x+3) dx$ $\int e^{7-2x} dx$

Варіант 9 $\int \frac{3x^2 - \sqrt[5]{x} + 2}{x} dx$ $\int (1 - 3x)^4 dx$ $\int \sin(8x - 3) dx$ $\int \frac{dx}{3x^2 + 5}$ $\int \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 9x^2}}$ $\int (x + 4) \sin 2x dx$ $\int \arcsin 5x dx$ $\int x \cdot \cos(x + 4) dx$ $\int e^{3-4x} dx$	Варіант 10 $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x} + 4}{x^2} dx$ $\int \sqrt{1 + 3x} dx$ $\int \sin(3 + 4x) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{3 - 5x^2}}$ $\int \frac{2x dx}{\sqrt{7 - 2x^2}}$ $\int \frac{dx}{5x^2 + 4}$ $\int x \cdot \sin 3x dx$ $\int (x + 1) \cdot e^{-x} dx$ $\int \arccos 7x dx$ $\int e^{10x+2} dx$
Варіант 11 $\int \frac{\sqrt[6]{x^5} - 5x^2 + 3}{x} dx$ $\int \sqrt{5 - 4x} dx$ $\int \sin(3 - 4x) dx$ $\int \frac{\sqrt{5} dx}{\sqrt{5 - 3x^2}}$ $\int \frac{x dx}{2x^2 - 7}$ $\int \frac{dx}{3x^2 + 7}$ $\int (x + 5) \sin x dx$ $\int x \cdot \arctg x dx$ $\int x \cdot \cos(x - 7) dx$ $\int e^{2x-10} dx$	Варіант 12 $\int \left(x\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1 \right) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{5 + 3x}}$ $\int \cos(4x + 3) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{4 - 7x^2}}$ $\int \frac{x dx}{3x^2 + 8}$ $\int \frac{3 dx}{7x^2 + 3}$ $\int (x - 5) \cos x dx$ $\int x^2 e^{3x} dx$ $\int x \cdot \sin(x - 5) dx$ $\int e^{4x+3} dx$

Варіант 13 $\int \left(x^2 - \frac{\sqrt[6]{x}}{x} - 3 \right) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(1-4x)^5}}$ $\int \cos(3-4x) dx$ $\int \frac{\sqrt{5} dx}{\sqrt{3-4x^2}}$ $\int \frac{2x dx}{3x^2-7}$ $\int \frac{dx}{6x^2+7}$ $\int (x+9) \cdot \sin x dx$ $\int x \cdot \cos(x+4) dx$ $\int (x-4) \cdot e^x dx$ $\int e^{4x+5} dx$	Варіант 14 $\int \frac{\sqrt[3]{x^2-2x^5}+3}{x} dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3-4x)}}$ $\int \cos(2+5x) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{9-2x^2}}$ $\int \frac{2x dx}{\sqrt{2x^2+5}}$ $\int \frac{dx}{7x^2+6}$ $\int (x+7) \sin 2x dx$ $\int x \cdot \cos(x-2) dx$ $\int x \cdot e^{-6x} dx$ $\int e^{6x-1} dx$
Варіант 15 $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{x} + 2x^3 - 4 \right) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{2-5x}}$ $\int \cos(3x+5) dx$ $\int \frac{dx}{2x^2+7}$ $\int \frac{x dx}{\sqrt{7-3x^2}}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{7-3x^2}}$ $\int (x+4) \cdot \sin 3x dx$ $\int x \cdot \cos(x+3) dx$ $\int \arctg 7x dx$ $\int e^{5-2x} dx$	Варіант 16 $\int \frac{\sqrt{x^3-3x^4}+2}{x} dx$ $\int \sqrt[5]{3-2x} dx$ $\int \sin(5x-3) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{1-3x^2}}$ $\int \frac{x dx}{2x^2+9}$ $\int \frac{dx}{6x^2+1}$ $\int (x+3) \cdot \sin 5x dx$ $\int x \cdot e^{x+2} dx$ $\int \arcsin 5x dx$ $\int e^{4-3x} dx$

Варіант 17 $\int \left(2x^3 - 3\sqrt{x^5} + \frac{4}{x} \right) dx$ $\int \sqrt[4]{1+3x} dx$ $\int \sin(5-3x) dx$ $\int \frac{2dx}{3x^2+2}$ $\int \frac{5xdx}{\sqrt{3-5x^2}}$ $\int \frac{5xdx}{\sqrt{3-5x^2}}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{5-x^2}}$ $\int (x-4) \cdot \cos 2x dx$ $\int \ln(x-7) dx$ $\int e^{3-5x} dx$	Варіант 18 $\int \frac{2x^3 - \sqrt{x^5} + 5}{x^2} dx$ $\int \sqrt[3]{1+3x} dx$ $\int \sin(3x+6) dx$ $\int \frac{\sqrt{2}dx}{\sqrt{7-2x^2}}$ $\int \frac{xdx}{\sqrt{3x^2+8}}$ $\int \frac{dx}{3x^2+5}$ $\int (x-8) \sin x dx$ $\int \arcsin 2x dx$ $\int x \cdot \cos(x+6) dx$ $\int e^{1-4x} dx$
Варіант 19 $\int \frac{3x^2 - \sqrt{x^3} + 7}{x^3} dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{(3-x)^5}}$ $\int \cos(5x-8) dx$ $\int \frac{\sqrt{14}dx}{2x^2+7}$ $\int \frac{5xdx}{\sqrt{5x^2+3}}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x^2}}$ $\int (x+4) \cos 3x dx$ $\int x \cdot \sin(x+7) dx$ $\int \operatorname{arctg} \frac{x}{2} dx$ $\int e^{2-5x} dx$	Варіант 20 $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3+x}}$ $\int \cos(3x-7) dx$ $\int \frac{dx}{8x^2+9}$ $\int \frac{xdx}{3x^2-6}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{8-3x^2}}$ $\int (x-8) \sin x dx$ $\int x \cos(x-4) dx$ $\int \ln(x+8) dx$ $\int e^{6x-4} dx$

Варіант 21 $\int \left(\sqrt[5]{x^2} - \frac{2}{x^3} + 4 \right) dx$ $\int \frac{dx}{(2+x)^3}$ $\int \cos(5x-6) dx$ $\int \frac{dx}{3x^2+2}$ $\int \frac{xdx}{5x^2+1}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{8-3x^2}}$ $\int (x+6) \cos 4x dx$ $\int x \sin(x+4) dx$ $\int \arctg \frac{x}{5} dx$ $\int e^{8x+1} dx$	Варіант 22 $\int \frac{\sqrt{x} - 2x^3 + 6}{x} dx$ $\int \sqrt[3]{5-2x} dx$ $\int \sin(7x+1) dx$ $\int \frac{dx}{4x^2+3}$ $\int \frac{5xdx}{5x^2-3}$ $\int \frac{\sqrt{3}dx}{\sqrt{3-2x^2}}$ $\int (x-6) \sin \frac{x}{2} dx$ $\int x \cdot \cos(x+9) dx$ $\int \ln(x+12) dx$ $\int e^{2-6x} dx$
Варіант 23 $\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x} dx$ $\int \sqrt{5-4x} dx$ $\int \cos(7x+3) dx$ $\int \frac{dx}{\sqrt{3-4x^2}}$ $\int \frac{xdx}{2x^2-7}$ $\int \frac{dx}{2x^2+7}$ $\int (x+1) \cos 7x dx$ $\int (x+3) e^{-x} dx$ $\int \arcsin \frac{x}{5} dx$ $\int e^{2-4x} dx$	Варіант 24 $\int \left(\sqrt{x} - \frac{3x^2}{\sqrt{x^3}} + 2 \right) dx$ $\int \sqrt{(6-5x)^2} dx$ $\int \sin(7-4x) dx$ $\int \frac{2dx}{\sqrt{4-3x^2}}$ $\int \frac{9xdx}{\sqrt{1-9x^2}}$ $\int \frac{4dx}{4x^2+3}$ $\int (x+2) \sin \frac{x}{2} dx$ $\int \arccos \frac{x}{2} dx$ $\int \ln(2x-1) dx$ $\int e^{3-6x} dx$

Варіант 25

1. $\int \left(\sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^5} + 2 \right) dx$
2. $\int \sqrt[4]{2-5x} dx$
3. $\int \cos(3x-7) dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-8x^2}}$
5. $\int \frac{3x dx}{9x^2+2}$
6. $\int \frac{dx}{3x^2+16}$
7. $\int x \sin \frac{x}{5} dx$
8. $\int (x^2-3)e^x dx$
9. $\int \ln(2x+3) dx$
10. $\int e^{4-5x} dx$

Варіант 26

1. $\int \frac{\sqrt[3]{x^6-2x^2+3}}{x} dx$
2. $\int \sqrt[3]{4-2x} dx$
3. $\int \sin(8x-5) dx$
4. $\int \frac{dx}{4x^2+7}$
5. $\int \frac{5x dx}{\sqrt{7x^2-1}}$
6. $\int \frac{9 dx}{\sqrt{9-8x^2}}$
7. $\int (x+4) \cos \frac{x}{2} dx$
8. $\int x e^{-4x} dx$
9. $\int \arccos \frac{x}{5} dx$
10. $\int e^{5-x} dx$

Розрахункова робота № 6.
Тема: «Невизначений інтеграл. Ч.2»

Завдання:

1. обчислити невизначені інтеграли, використовуючи таблицю інтегралів та властивості невизначених інтегралів.
- 2,3. обчислити невизначені інтеграли за допомогою метода заміни змінної.
- 4,5. обчислити невизначені інтеграли за допомогою інтегрування частинами.
- 6,7. обчислити невизначені інтеграли в дробово-раціональних функціях.
- 8, 9, 10. обчислити невизначені інтеграли, скориставшись відповідним методом.

Варіант 1.

1.а) $\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 3)dx;$	б) $\int \frac{dx}{7x + 10};$	в) $\int \operatorname{tg} 3x dx;$	г) $\int \frac{dx}{8x^2 - 1}.$
2. $\int \frac{\ln^3 x}{x} dx$	3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 4}}$	4. $\int x \cdot \sin 2x dx$	
5. $\int \operatorname{arctg} x dx$	6. $\int \frac{(4x - 1)dx}{x(x^2 + x - 2)}$	7. $\int \frac{x^3 - 2x^2 - 3x - 8}{x^3 + 4x} dx$	
8. $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$	9. $\int \frac{dx}{\sin x - \cos x}$	10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x + 2)^2 - \sqrt{x + 1}}}$	

Варіант 2.

1.а) $\int \frac{\sqrt{x} - x^3 \cdot e^x + x^2}{x^3} dx;$	б) $\int 5^{\frac{4}{3}x} dx;$	в) $\int \frac{dx}{3x^2 + 2};$	г) $\int \frac{xdx}{1 - x^2}.$
2. $\int x \cdot \sqrt[3]{x^2 + 5} dx$	3. $\int \frac{\ln \operatorname{tg} x}{\sin x \cos x} dx$	4. $\int (5x + 2) \cdot \cos x dx$	
5. $\int x \arcsin 3x dx$	6. $\int \frac{2x^4 - 2x^2 - 1}{x^3 - x} dx$	7. $\int \frac{x^2 + 3}{x^3 - x^2 + x} dx$	
8. $\int \sin^3 2x dx$	9. $\int \frac{dx}{2 + \cos x}$	10. $\int \sqrt{9 - x^2} dx$	

Варіант 3.

1. а) $\int \frac{(1-x)^2}{x \cdot \sqrt{x}} dx;$	б) $\int \operatorname{ctg} 9x dx;$	в) $\int \frac{dx}{\sqrt{2-4x^2}};$	г) $\int \sin^2 5x dx.$
2. $\int \sin^4 x \cdot \cos x dx$	3. $\int \frac{xdx}{\sqrt{9-x^2}}$	4. $\int x \cdot 3^{-x} dx$	
5. $\int \frac{\ln^2 x}{x^2} dx$	6. $\int \frac{3x^2+2x-3}{(x^2-1)(x+1)} dx$	7. $\int \frac{x^3-x+1}{x^3+8} dx$	
8. $\int \frac{\sin^3 x}{1+\cos^2 x} dx$	9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$	10. $\int \sqrt{4+x^2} dx$	

Варіант 4.

1. а) $\int \frac{(1+\sqrt{x})^3}{\sqrt[3]{x}} dx;$	б) $\int e^{-7x} dx;$	в) $\int \frac{dx}{\cos^2 5x};$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt{6x^2+2}}.$
2. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt[4]{e^x+1}}$	3. $\int \cos^7 2x \cdot \sin 2x dx$	4. $\int \ln 5x dx$	
5. $\int (3-x) \cdot 4^x dx$	6. $\int \frac{x^2+2}{(x^2+2x)(x-1)} dx$	7. $\int \frac{x^2+x+4}{x(x^2+2)} dx$	
8. $\int \operatorname{tg}^4 x dx$	9. $\int \frac{dx}{5-4\cos x}$	10. $\int \frac{8-x}{\sqrt{x^2+4x+8}} dx$	

Варіант 5.

1. а) $\int \frac{\sqrt{x} \cdot 4^x - \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx;$	б) $\int \frac{dx}{2x^2-5};$	в) $\int 2^{6x-7} dx;$	г) $\int \frac{dx}{8-7x}.$
2. $\int \frac{dx}{\arccos x \cdot \sqrt{1-x^2}}$	3. $\int \frac{xdx}{(5-3x^2)^7}$	4. $\int (2x+1) \cdot \cos x dx$	
5. $\int x^3 \ln 4x dx$	6. $\int \frac{dx}{(x-3)^2(x+5)}$	7. $\int \frac{x+3}{x^3+x^2+x+1} dx$	
8. $\int \cos 4x \cdot \cos 2x dx$	9. $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{1-\operatorname{ctg} x x}$	10. $\int x^2 \cdot \sqrt{9-x^2} dx$	

Варіант 6.

1.а) $\int \left(\frac{\sqrt{3}}{\cos^2 x} - \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^4} \right) dx$; ;	б) $\int \operatorname{ctg} \frac{x}{7} dx$;	в) $\int \frac{dx}{9x^2 - 4}$;	г) $\int \frac{xdx}{9x^2 - 4}$.
2. $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$	3. $\int \frac{x}{2x^4 + 7} dx$	4. $\int x \cdot \cos 5x dx$	
5. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 2x dx$	6. $\int \frac{3x^4 + 2x - 1}{x^3 + 9x} dx$	7. $\int \frac{x^2 + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx$	
8. $\int \sin^3 3x dx$	9. $\int \frac{dx}{5 + 4 \cos x}$	10. $\int \frac{3x + 4}{\sqrt{6x - x^2 - 8}} dx$	

Варіант 7.

1.а) $\int \frac{3x^2}{x^2 + x^4} dx$;	б) $\int \sin \frac{4}{9} x dx$;	в) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$;	г) $\int \frac{dx}{4x - 9}$.
2. $\int \frac{dx}{x \cdot \ln^3 x}$	3. $\int x \cdot \sqrt{4 - 9x^2} dx$	4. $\int \arccos 2x dx$	
5. $\int (2 - 3x) \cdot \sin 3x dx$	6. $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x - 2)(x^2 - 4)} dx$	7. $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 + 1} dx$	
8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$	9. $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{3 \cos^2 x + 5 \sin^2 x}$	10. $\int \frac{\sqrt{x + 1}}{1 + \sqrt[4]{x + 1}} dx$	

Варіант 8.

1.а) $\int \frac{(4 - \sqrt{x})^2}{x} dx$;	б) $\int \frac{dx}{7x^2 - 2}$;	в) $\int 4^{6-5x} dx$;	г) $\int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx$.
2. $\int \frac{e^{\arcsin x} dx}{\sqrt{1 - x^2}}$	3. $\int \frac{\sqrt{x} - \cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$	4. $\int x^2 \cdot \ln 2x dx$	
5. $\int \operatorname{arctg} 3x dx$	6. $\int \frac{x + 2}{x^3 - 2x^2 - x + 2} dx$	7. $\int \frac{dx}{27 + x^3} dx$	
8. $\int \sin^2 x \cdot \cos 2x dx$	9. $\int \frac{dx}{3 \sin x - \cos x}$	10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(3x + 4)^2} + \sqrt{3x + 4}}$	

Варіант 9.

1.а) $\int \frac{(1+x)^2}{x^3+x^2} dx;$	б) $\int \cos \frac{x}{10} dx;$	в) $\int \frac{dx}{\sqrt{5+10x^2}};$	г) $\int \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{ctg} 2x dx.$
2. $\int \frac{\operatorname{ctg}^4 x dx}{\sin^2 x}$	3. $\int \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$	4. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x^5}} dx$	
5. $\int x^2 \cdot \sin 4x dx$	6. $\int \frac{x^2 - x + 2}{(x-2)^2(x+4)} dx$	7. $\int \frac{x^3}{x^3 - 8} dx$	
8. $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$	9. $\int \operatorname{ctg}^3 5x dx$	10. $\int \frac{5x+3}{\sqrt{5+4x-x^2}} dx$	

Варіант 10.

1.а) $\int \frac{\sqrt[4]{x} - 2\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt[6]{x}} dx;$	б) $\int e^{-\frac{8}{3}x} dx;$	в) $\int \frac{dx}{10x^2 - 20};$	г) $\int \operatorname{ctg}^2 x dx.$
2. $\int \frac{x dx}{\sqrt[3]{2x^2 + 5}}$	3. $\int \frac{\cos^3 x + \sqrt{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$	4. $\int (x+2) \cdot 2^{-x} dx$	
5. $\int \frac{x}{\sin^2 x} dx$	6. $\int \frac{2x-1}{x^2-3x+2} dx$	7. $\int \frac{x+4}{(x^2+4)(x-1)} dx$	
8. $\int \sin 2x \cdot \sin^2 x dx$	9. $\int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5}$	10. $\int \sqrt{3-x^2} dx$	

Варіант 11.

1.а) $\int \frac{1-x}{\sqrt{x}-1} dx;$	б) $\int \frac{dx}{\cos 2x + \sin^2 x};$	в) $\int \frac{dx}{2x^2 + 4};$	г) $\int \frac{dx}{e^{5x}}.$
2. $\int \frac{2x dx}{\sqrt{4+x^2}}$	3. $\int (3 + \cos^5 x) \sin x dx$	4. $\int \arcsin 4x dx$	
5. $\int x \cdot \operatorname{tg}^2 x dx$	6. $\int \frac{2x}{(x^2+4x+3)(x+5)} dx$	7. $\int \frac{x+1}{(x-1)(x^2-x+1)} dx$	
8. $\int \sin^2 3x \cdot \cos^2 3x dx$	9. $\int \frac{\sin^2 x dx}{\cos^6 x}$	10. $\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x+1}} dx$	

Варіант 12.

1.а) $\int (\sqrt[3]{x} - 2)(1 + \sqrt{x}) dx;$	б) $\int \frac{1 + \cos^2 x}{\cos 2x + 1} dx;$	в) $\int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x^2}};$	г) $\int \frac{dx}{3x + 5}.$
2. $\int \frac{e^x dx}{4 + e^{2x}}$	3. $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	4. $\int x \cdot \cos 3x dx$	
5. $\int \frac{\ln 4x}{\sqrt{x^5}} dx$	6. $\int \frac{dx}{(x+2)^2(x-1)}$	7. $\int \frac{1-3x}{x^3+x} dx$	
8. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx$	9. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3+1}}$	10. $\int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx$	

Варіант 13.

1.а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - 2 + \sqrt[4]{x^5}}{x} dx;$	б) $\int \frac{dx}{8x^2 - 18};$	в) $\int \frac{dx}{2 - 2\cos^2 x};$	г) $\int \operatorname{tg} 5x dx.$
2. $\int \frac{2x + (\operatorname{arctg} x)^2}{1 + x^2} dx$	3. $\int \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x \cdot \ln x} dx$	4. $\int \frac{\lg x}{x^2} dx$	
5. $\int \sin \sqrt{x} dx$	6. $\int \frac{x^2 + 4}{(x+1)(x^2-1)} dx$	7. $\int \frac{x^4 + 2x}{x^3 + 27} dx$	
8. $\int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx$	9. $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{\cos x + \sin x + 2}$	10. $\int \frac{dx}{(\sqrt{x^2+1})^3}$	

Варіант 14.

1.а) $\int \frac{(7 - \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx;$	б) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx;$	в) $\int \sin \frac{4}{3} x dx;$	г) $\int \frac{dx}{4x^2 - 9}.$
2. $\int x \cdot \cos^2 x dx$	3. $\int \frac{x + 4\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$	4. $\int (x-1) \cdot e^{2x} dx$	
5. $\int \frac{x \cdot \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} dx$	6. $\int \frac{4x-1}{x^3+x^2-2x} dx$	7. $\int \frac{x^3 - 2x^2 - 3x + 8}{x^3 + 4x} dx$	
8. $\int \cos^5 x dx$	9. $\int \frac{dx}{1 - \sqrt[4]{x+1}}$	10. $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^2-16}} dx$	

Варіант 15.

1.а) $\frac{5^x - \sqrt[3]{x^2} \cdot 3^x}{3^x} dx;$	б) $\int \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{4}};$	в) $\int (\arcsin x + \arccos x) dx$;	г) $\int \frac{dx}{8x^2 + 16}.$
2. $\int \frac{3^x dx}{\sqrt{4 - 9^x}}$	3. $\int \frac{\ln x}{x - x \cdot \ln^2 x} dx$	4. $\int \sin 2x \cdot (x + 1) dx$	
5. $\int \ln(1 - x) dx$	6. $\int \frac{3x^2 - 6x - 1}{(x + 5)(x^2 - 25)} dx$	7. $\int \frac{x^4 + x^3 + x + 2}{x^3 - 8} dx$	
8. $\int \operatorname{ctg}^5 2x dx$	9. $\int \cos 4x \cdot \cos 7x dx$	10. $\int \frac{x^2}{\sqrt{2 - x^2}} dx$	

Варіант 16.

1.а) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x}};$	б) $\int \frac{(2 - \sqrt{x})^3}{\sqrt{x}} dx;$	в) $\int \frac{dx}{16 - 8x^2};$	г) $\int 7^{\frac{8}{9}x} dx.$
2. $\int \frac{(4x + 3)dx}{(x - 2)^2}$	3. $\int \sqrt{e^x - 1} dx$	4. $\int (2 + x) \cdot e^{-x} dx$	
5. $\int \ln(x^2 + 1) dx$	6. $\int \frac{3x^4 + 2x - 3}{x^3 - 2x^2} dx$	7. $\int \frac{(x^2 + 1)}{x^3 + 2x^2 + 5x} dx$	
8. $\int \frac{dx}{\sin^4 x}$	9. $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$	10. $\int \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 + 8x + 17}} dx$	

Варіант 17.

1.а) $\int \frac{(x - 2)^3}{\sqrt{x}} dx;$	б) $\int 3^x \cdot e^x dx;$	в) $\int \cos \frac{2}{9} x dx;$	г) $\int \frac{dx}{3x^2 - 12}$
2. $\int x \cdot \sqrt{x + 1} dx$	3. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sin(\ln x)}{x} dx$	4. $\int x \cdot \cos 7x dx$	
5. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx$	6. $\int \frac{x^2}{(x + 2)^2 (x - 4)} dx$	7. $\int \frac{dx}{x^4 + x}$	
8. $\int \cos x \cdot \cos 3x \cdot \cos 5x dx$	9. $\int \frac{dx}{3 \sin x - \cos x}$	10. $\int \frac{x + 1}{\sqrt[3]{2x + 1}} dx$	

Варіант 18.

1.а) $\int \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx;$	б) $\int \frac{dx}{5^{3x}};$	в) $\int \operatorname{ctg} \frac{x}{5} dx;$	г) $\int \frac{dx}{10x^2 - 5}.$
2. $\int e^x \cdot \sin e^x dx$	3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - x^2 \cdot \ln^2 x}}$	4. $\int x \cdot \cos(3x - 1) dx$	
5. $\int x^2 \cdot \ln(1 + x) dx$	6. $\int \frac{x^2 + 4x - 2}{(x - 1)(x^2 + 2x)} dx$	7. $\int \frac{x + 3}{x^3 + 2x} dx$	
8. $\int \sin^4 2x dx$	9. $\int \frac{dx}{1 + 3 \cos^2 x}$	10. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}} dx$	

Варіант 19.

1.а) $\int (\sqrt{x} - 2)(\sqrt[3]{x} + 3x + 1) dx;$	б) $\int \frac{dx}{\sqrt{12 - 6x^2}};$	в) $\int \frac{dx}{5 - 2x};$	г) $\int \frac{(\cos^2 x - 2) dx}{\sin^2 x}.$
2. $\int \frac{\cos x dx}{4 + \sin^2 x}$	3. $\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$	4. $\int \ln(x - 3) dx$	
5. $\int x^2 \cdot e^{-x} dx$	6. $\int \frac{3x^2 + 2x - 5}{(x - 3)^2(x + 5)} dx$	7. $\int \frac{x^2}{x^4 - 16} dx$	
8. $\int \frac{dx}{(1 + \sqrt[4]{x}) \cdot \sqrt{x}}$	9. $\int \frac{dx}{\sin x - 2}$	10. $\int \frac{dx}{x^3 \cdot \sqrt[4]{1 + x^2}}$	

Варіант 20.

1.а) $\int \frac{\sqrt{x} - x^4 \cdot e^x + x^2}{x^4} dx;$	б) $\int 3^{9x-2} dx;$	в) $\int \frac{dx}{\sin^2 11x};$	г) $\int \frac{dx}{2 - 3x}.$
2. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}}$	3. $\int \frac{\ln(\arcsin x) dx}{\arcsin x \cdot \sqrt{1 - x^2}}$	4. $\int (3x + 5) \cdot e^{2x} dx$	
5. $\int x^2 \cdot \log_5 x dx$	6. $\int \frac{2x^4 - 2x^2 - 1}{x^3 - x} dx$	7. $\int \frac{x^2 - 2x + 3}{x^3 - x^2 + x} dx$	
8. $\int \sin^2 5x \cdot \cos^2 5x dx$	9. $\int \frac{dx}{\cos x + \sin x}$	10. $\int \frac{\sqrt{x + 4}}{1 + \sqrt[3]{x + 4}} dx$	

Варіант 21.

1.а) $\int \left(\frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{x \cdot \sqrt{x}}{4} \right) dx;$	б) $\int \operatorname{ctg}^2 4x dx;$	в) $\int \frac{x^3 - 1}{1 - x} dx;$	г) $\int \frac{dx}{3x^2 + 6}.$
2. $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{1 + \sin^2 x}}$	3. $\int \frac{dx}{e^x \cdot (3 + e^{-x})}$	4. $\int (4x + 1) \cdot e^{2x} dx$	
5. $\int x \cdot \operatorname{arctg} 3x dx$	6. $\int \frac{x - 2}{(x + 1)(x + 2)(x + 3)} dx$	7. $\int \frac{2x^2 - 3x - 3}{(x - 1)(x^2 - 2x + 5)} dx$	
8. $\int \frac{dx}{3 \sin x - 2 \cos x}$	9. $\int \cos 2x \cdot \cos 6x$	10. $\int \sqrt{18 - 2x^2} dx$	

Варіант 22.

1.а) $\int \frac{(2 + \sqrt[3]{x})^2}{x} dx;$	б) $\int e^{6x} dx;$	в) $\int \operatorname{tg} 12x dx;$	г) $\int \frac{dx}{15x - 1}.$
2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{2 - x^3}}$	3. $\int \frac{dx}{\sin^2 x (\operatorname{ctg} x - 1)^2}$	4. $\int x \cdot \cos \frac{x}{3} dx$	
5. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	6. $\int \frac{x - 8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx$	7. $\int \frac{x^5}{x^4 - 16} dx$	
8. $\int \sin \frac{1}{4} x \cdot \cos \frac{3}{4} x dx$	9. $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$	10. $\int x^2 \cdot \sqrt{4 - x^2} dx$	

Варіант 23.

1.а) $\int \left(\frac{1 - z}{z} \right)^2 dz;$	б) $\int \frac{dx}{14x^2 - 7};$	в) $\int \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x} dx;$	г) $\int \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{2} dx.$
2. $\int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{4 + \cos^2 x}}$	3. $\int \frac{\sqrt[3]{x} + \ln^2 x}{x} dx$	4. $\int \frac{x - 5}{e^x} dx$	
5. $\int x \cdot \ln 2x dx$	6. $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 9x} dx$	7. $\int \frac{3x - 2}{x^3 + 2x^2 + 4x + 8} dx$	
8. $\int \sin^4 x \cdot \cos^5 x dx$	9. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + 4x + 5}}$	10. $\int \frac{\sqrt{x - 1} + 1}{\sqrt{x + 1} - 1} dx$	

Варіант 24.

1.а) $\int \frac{\sqrt[4]{x^3} - 3\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}} dx;$	б) $\int \frac{\cos^2 x}{\sqrt{1 - \sin^2 x}} dx;$	в) $\int 7^{-12x} dx;$	г) $\int \frac{dx}{4x-1}.$
2. $\int \frac{\operatorname{tg}^4 x dx}{\cos^2 x}$	3. $\int \frac{1-2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$	4. $\int (1-3x) \sin x dx$	
5. $\int \ln^2 5x dx$	6. $\int \frac{x^5 - 2x^2 + 3}{x^2 - 4x + 4} dx$	7. $\int \frac{dx}{x^4 - 1}$	
8. $\int \sin^3 2x \cdot \cos^2 2x dx$	9. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1+e^x+e^{2x}}}$	10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x}}$	

Варіант 25.

1.а) $\int \frac{1+2\sqrt{x^2} - 3\sqrt{x}}{\sqrt{x^3}} dx;$	б) $\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 3};$	в) $\int \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{9}};$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt{3-3x^2}}.$
2. $\int \frac{x^2 dx}{2-7x^3}$	3. $\int \sqrt[6]{\sin^5 x} \cdot \cos x dx$	4. $\sqrt{x} \cdot \ln x dx$	
5. $\int (x-1) \cdot e^{-2x} dx$	6. $\int \frac{3x+2}{x(x+1)^3} dx$	7. $\int \frac{x^2 + x}{x^3 + 2x^2 + 2x + 1} dx$	
8. $\int \sin^2 2x \cdot \cos^3 x dx$	9. $\int \operatorname{ctg}^3 2x dx$	10. $\int \frac{dx}{\sqrt{x-2} \cdot (1 + \sqrt[3]{x-2})}$	

Варіант 26.

1.а) $\int \frac{(2-3x)^2}{x \cdot \sqrt{x}} dx;$	б) $\int \operatorname{ctg}^2 3x dx;$	в) $\int \frac{dx}{4x^2 + 2};$	г) $\int \frac{dx}{1-4x}.$
2. $\int \frac{\operatorname{tg}^5 x dx}{\cos^2 x}$	3. $\int \frac{1-4x}{\sqrt{16-x^2}} dx$	4. $\int \ln(7x+2) dx$	
5. $\int x^2 \cdot e^{-2x} dx$	6. $\int \frac{4-2x}{(x+2)(x^2+4)} dx$	7. $\int \frac{6x-1}{x^4 + x^3 - 2x^2} dx$	
8. $\int \sin^5 4x dx$	9. $\int \frac{(x-3) dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$	10. $\int \frac{dx}{(\sqrt{9+x^2})^3}$	

Розрахункова робота № 7.

Тема: «Визначений інтеграл та його застосування. Ч.1»

Варіант 1

1. $\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} + x}{\sqrt[3]{x}} dx.$
 2. $\int_0^{\sqrt{3}} x \sqrt{1+x^2} dx.$
 3. $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$
 4. $y = 3x^2, \quad x = 2, \quad x = 4, \quad Ox.$
 5. $y = \frac{3}{x}, \quad x + y - 4 = 0.$
 6. $y = \ln(x+1), \quad y = 2, \quad Oy.$
 7. Знайти об'єм тіла, яке утворене обертанням навколо осі Ox фігури, обмеженої однією півхвилею синусоїди $y = \sin x$ і відрізком $0 \leq x \leq \pi$ осі абсцис.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 2

1. $\int_1^2 \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^5} + x}{x} dx.$
2. $\int_0^{12\sqrt{3}} \frac{12x^5 dx}{\sqrt{x^6 + 1}}.$
3. $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx.$
4. $y = \frac{1}{x}, \quad x = -3, \quad x = -1, \quad Ox.$
5. $y^2 = 16x, \quad y = x.$
6. $y = \arctg x, \quad x = \frac{\pi}{4}, \quad Ox.$
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Oy фігури, обмеженою віткою параболи $x = \sqrt{y}$ і відрізком $1 \leq y \leq 4$.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 3

1. $\int_1^2 \frac{\sqrt{x} + x - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}} dx.$
 2. $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2 + 1}.$
 3. $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx.$
 4. $y^2 = x, \quad x = 9.$
 5. $y = \sqrt{x-1}, \quad y = 1, \quad y = 0, \quad x = 0.$
 6. $y = e^x - 1, \quad x = 2, \quad Ox.$
 7. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням параболу $y = 3x^2$ навколо осі Ox в межах від $x = 0$ до $x = 2$.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 4

1. $\int_1^2 \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x} - x}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$
2. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx.$
3. $\int_{-2}^0 (x + 2)^2 \cos 3x dx.$
4. $y = 7x, \quad x = 3, \quad x = 5, \quad Ox.$
5. $y = -x^2 + 8x, \quad y = x^2 + 18x - 12.$
6. $y = \arctg x, \quad x = -\frac{\pi}{4}, \quad Ox.$
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Ox трапеції, утвореної прямими $y = \frac{1}{2}x, \quad x = 4, \quad x = 6$ і віссю абсцис.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 5

1. $\int_1^2 \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt[6]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$
 2. $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}.$
 3. $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx.$
 4. $y = x + 3, \quad x = 2, \quad Ox, \quad Oy.$
 5. $y = \frac{x^2}{2}, \quad y = \frac{1}{1+x^2}.$
 6. $y = \cos 2x, \quad x = -\frac{\pi}{2}, \quad x = \frac{\pi}{2}, \quad Ox.$
 7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Oy трапеції, утвореної прямими $y = 3x, \quad y = 2, \quad y = 4$ і віссю ординат.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 6

1. $\int_{-2}^{-1} \frac{x^6 + x^5 + 1}{3x^5} dx.$
2. $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4 + 4}}.$
3. $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx.$
4. $y = \frac{1}{4}x^2, \quad x = -2, \quad x = 6, \quad Ox.$
5. $y = \frac{1}{x^2}, \quad y = 1, \quad y = 4, \quad x = 0.$
6. $y = \sin 2x, \quad x = \pi, \quad x = 2\pi, \quad Ox.$
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Ox фігури, обмеженої кривою $y = \cos x$ і відрізком $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ вісі абсцис.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 7

1. $\int_1^4 \frac{x^2 + 5x^3 + x^2 \sqrt{x}}{x^2} dx.$
 2. $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx.$
 3. $\int_0^\pi (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx.$
 4. $y = 9 - x^2, \quad Ox.$
 5. $x = \sqrt{y}, \quad y = 1, \quad y = 4, \quad Oy.$
 6. $y = 1 + e^x, \quad x = 0, \quad x = -4, \quad y = 0.$
 7. Криволінійна трапеція, обмежена гіперболою $y = \frac{4}{x}$ і прямими $x = 3$ і $x = 12$, обертається навколо осі Ox . Знайти об'єм тіла обертання.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 8

1. $\int_0^1 \frac{z^3}{z^8 + 1} dz.$
2. $\int_0^\pi (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx.$
3. $\int_1^2 \frac{x^5 + x^2 + x}{x^2 \sqrt{x}} dx.$
4. $y = x^2 + 6x, \quad Ox.$
5. $y = x, \quad y = 4 - x, \quad y = 0, \quad x = 3.$
6. $y = \ln x, \quad x = \frac{1}{e}, \quad x = e, \quad Ox.$
7. Знайти об'єм тіла, отриманого від обертання кривої $y = \frac{1}{4}x^2$ навколо осі Oy в межах від $y = 1$ до $y = 5$.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 9

1. $\int_1^2 \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} + x}{\sqrt[3]{x}} dx.$
 2. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{1 - \cos^2 x}.$
 3. $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx.$
 4. $y^2 = x + 4, Oy.$
 5. $y = -4x^3, y = -x.$
 6. $y = \sin x, (0 \leq x \leq 2\pi), Ox.$
 7. Знайти об'єм тіла, отриманого від обертання навколо осі Oy кубічної параболі $y = x^3$ в межах від $y = 1$ до $y = 8$.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 10

1. $\int_1^4 \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^5} + x}{x} dx.$
2. $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5 + 4x - x^2}}.$
3. $\int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx.$
4. $y = 16x^3, y = 2, Oy.$
5. $y = x^2, y^2 = x.$
6. $y = 2 \cdot \sin \frac{x}{2}, y = 0, x = \frac{\pi}{2}, x = 3\pi.$
7. Знайти об'єм тіла, яке утворене обертанням навколо осі Ox фігури, обмеженої однією півхвилею синусоїди $y = \sin x$ і відрізком $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ осі абсцис.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 11

1. $\int_1^4 \frac{\sqrt{x} + x - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}} dx.$
 2. $\int_0^1 x^3 \cdot \sqrt{4 + 5x^4} dx.$
 3. $\int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx.$
 4. $y = -x^2 + 6x, \quad x = -1, \quad x = 3, \quad Ox.$
 5. $y = -\frac{1}{x}, \quad x = -3, \quad y = 3.$
 6. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad Oy, \quad x = 3.$
 7. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Oy фігури, обмеженою віткою параболи $x = \sqrt{y}$ і відрізком $2 \leq y \leq 6$.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 12

1. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x} - x}{\sqrt[3]{x^2}} dx.$
2. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx.$
3. $\int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx.$
4. $y = x^2 - 4x + 3, \quad Ox, \quad Oy, \quad x = 4.$
5. $y = \frac{1}{x}, \quad x = e, \quad x = e^2, \quad y = 0.$
6. $y = \cos x, \quad (0 \leq x \leq 2\pi), \quad Ox.$
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням параболи $y = 3x^2$ навколо осі Ox в межах від $x = 1$ до $x = 4$.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 13

1. $\int_2^4 \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt[6]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$
 2. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx.$
 3. $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx.$
 4. $y = \frac{1}{2}x^2 + 1, y = 0, x = -2, x = 3.$
 5. $3x - y - 1 = 0, y = 0, x = 2, x = 4.$
 6. $y = 2^x, y = -x^2, x = -3, x = 3.$
 7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Ox трапеції, утвореної прямими $y = \frac{1}{2}x, x = 2, x = 8$ і віссю абсцис.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 14

1. $\int_1^4 \frac{x^6 + x^5 + 1}{3x^5} dx.$
2. $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}.$
3. $\int_0^3 (x^2 - 2x) \sin 2x dx.$
4. $y = -x^2 - 1, y = 0, x = -2, x = 3.$
5. $y = x^2 - 2, (x \geq 0), y = -1, y = 7, x = 0.$
6. $y = 2^x, y = 1, x = 4.$
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Oy трапеції, утвореної прямими $y = 3x, y = 1, y = 4$ і віссю ординат.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 15

1. $\int_1^2 \frac{x^2 + 5x^3 + x^2 \sqrt{x}}{x^2} dx.$
 2. $\int_0^1 3(x^2 + x^2 e^{x^3}) dx.$
 3. $\int_0^\pi (x^2 - 3x + 2) \sin x dx.$
 4. $y = 9 - x^2, \quad y = 0.$
 5. $x - 2y + 1 = 0, \quad x + 2y - 7 = 0, \quad x = -1, \quad x = 2.$
 6. $y = \ln x, \quad x = 0, \quad y = 1, \quad y = -1.$
 7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Ox фігури, обмеженої кривою $y = \cos x$ і відрізком $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ вісі абсцис.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 16

1. $\int_1^3 \frac{x^5 + x^2 + x}{x^2 \sqrt{x}} dx.$
2. $\int_{\frac{\pi^2}{9}}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx.$
3. $\int_0^{\pi/2} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx.$
4. $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3, \quad y = 0, \quad x = 0, \quad x = 3.$
5. $y = x^2, \quad y = \frac{1}{x^2}, \quad (x \geq 0), \quad y = 0, \quad x = 5.$
6. $y = \sin x, \quad Ox, \quad x = -\frac{2\pi}{3}, \quad x = -\frac{\pi}{2}.$
7. Криволінійна трапеція, обмежена гіперболою $y = \frac{4}{x}$ і прямими $x = 4$ і $x = 8$, обертається навколо осі Ox . Знайти об'єм тіла обертання.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 17

1. $\int_8^{27} \frac{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} + x}{\sqrt[3]{x}} dx.$
 2. $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{1+x^6}.$
 3. $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx.$
 4. $y = 4x - x^2, \quad y = 0.$
 5. $y = x, \quad y = \frac{1}{x^2}, \quad y = 0, \quad x = 2.$
 6. $y = \operatorname{ctgx}, \quad x = \frac{\pi}{6}, \quad x = \frac{5\pi}{6}, \quad Ox.$
 7. Знайти об'єм тіла, отриманого від обертання кривої $y = \frac{1}{4}x^2$ навколо осі Oy в межах від $y = 2$ до $y = 10$.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 18

1. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x^5} + x}{x} dx.$
2. $\int_1^e \frac{\sin \ln x}{x} dx.$
3. $\int_0^{\pi/4} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx.$
4. $y = (x+1)^2, \quad y = 0, \quad x = 0.$
5. $y = 3x - x^2, \quad 5x - y - 8 = 0.$
6. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad x = -2, \quad x = 2.$
7. Знайти об'єм тіла, отриманого від обертання навколо осі Oy кубічної параболи $y = x^3$ в межах від $y = 2$ до $y = 4$.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 19

1. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{\sqrt{x} + x - \sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}} dx$
 2. $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$
 3. $\int_0^{\pi/2} (1-5x^2) \sin x dx.$
 4. $y = 4 - x^2, \quad y = 0$
 5. $y = 2x^3, \quad y = 6x^2$
 6. $y = \arcsin x, \quad y = -\frac{\pi}{4}, \quad y = \frac{\pi}{4}, \quad Oy$
 7. Знайти об'єм тіла, яке утворене обертанням навколо осі Ox фігури, обмеженої однією півхвилею синусоїди $y = \sin x$ і відрізком $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ осі абсцис.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t-N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 20

1. $\int_2^4 \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[6]{x} - x}{\sqrt[3]{x^2}} dx$
2. $\int_3^8 \sqrt{x+1} dx$
3. $\int_{\pi/4}^3 (3x - x^2) \sin 2x dx.$
4. $y = -x^2 + 7x - 10, \quad (2 \leq x \leq 3), \quad x = 3, \quad y = 0$
5. $y = x + 1, \quad y = 2x - 3, \quad Oy$
6. $y = e^x - 1, \quad x = \ln \frac{1}{2}, \quad y = 0$
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням навколо осі Oy фігури, обмеженою віткою параболи $x = \sqrt{y}$ і відрізком $1 \leq y \leq 3$.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t-N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Варіант 21

1. $\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{x^6 + x^5 + 1}{3x^5} dx$
 2. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^3 x dx$
 3. $\int_{-2}^0 (x^2 + 2)e^{x/2} dx$.
 4. $y = \sqrt{x}$, $x = 4$, $y = 0$
 5. $y = -x^2 - 2x + 3$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$
 6. $y = 2^x$, $x = -1$, Oy .
 7. Обчислити об'єм тіла, утвореного обертанням параболи $y = 3x^2$ навколо осі Ox в межах від $x = 2$ до $x = 4$.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 22

1. $\int_1^6 \frac{x^2 + 5x^3 + x^2 \sqrt{x}}{x^2} dx$
2. $\int_{\frac{\pi}{18}}^{\frac{\pi}{6}} 12 \operatorname{ctg} 3x dx$
3. $\int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x}}$.
4. $y = \frac{1}{x^2}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$
5. $y = x^2 + 1$, $y = 2x + 9$, $x = 0$, $y = 0$
6. $y = \cos x$, $x = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{3\pi}{4}$, Ox
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Ox трапеції, утвореної прямими $y = \frac{1}{2}x$, $x = 1$, $x = 3$ і віссю абсцис.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту)

Варіант 23

1. $\int_2^4 \frac{x^5 + x^2 + x}{x^2 \sqrt{x}} dx$
 2. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$
 3. $\int_{-1}^1 x^2 e^{-x/2} dx.$
 4. $y = x^2 - 7x + 10, \quad y = 0$
 5. $y = 1, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x = 0, \quad x = e, \quad y = 0$
 6. $y = e^{2x}, \quad x = -\frac{1}{2}, \quad x = 1, \quad Ox$
 7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Oy трапеції, утвореної прямими $y = 3x, y = 2, y = 6$ і віссю ординат.
 8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).
-

Варіант 24

1. $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{x} + x}{\sqrt{x}} dx$
2. $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}$
3. $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx.$
4. $y = x - 2x^2 - 1, \quad x = 0, \quad x = \frac{1}{2}, \quad y = 0$
5. $y = 5x, \quad y = 2x, \quad x = 2, \quad x = 6$
6. $y = -e^{-2x}, \quad x = -\frac{1}{2}, \quad x = 1, \quad Ox$
7. Обчислити об'єм тіла, утвореного від обертання навколо осі Ox фігури, обмеженої кривою $y = \cos x$ і відрізком $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ вісі абсцис.
8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту)

Варіант 25

1. $\int_0^2 \frac{\sqrt{x^3} + \sqrt{x} + x}{\sqrt{x}} dx$

2. $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$

3. $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx.$

4. $y = x^2 - 3x - 4, \quad y = 0, \quad x = 5$

5. $x + 2y - 8 = 0, \quad y = 1, \quad y = 3, \quad Oy$

6. $y = \arcsin x, \quad y = \frac{\pi}{4}, \quad y = \frac{\pi}{3}, \quad Oy$

7. Криволінійна трапеція, обмежена гіперболою $y = \frac{4}{x}$ і прямими $x = 3$ і $x = 6$, обертається навколо осі Ox . Знайти об'єм тіла обертання.

8. Тіло рухається зі швидкістю $V(t) = 3(t - N)^2 + 1$ м/с. Знайти шлях пройдений тілом за проміжок часу від $t = N + 1$ до $t = N + 3$ с. (де N – номер вашого варіанту).

Розрахункова робота №8 «Визначений інтеграл. Ч.2»

Завдання 1. Обчислити визначені інтеграли:

№ варіанту	Приклади
1.	1) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$; 2) $\int \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{8} dx$; 3) $\int_0^2 (2x - 3) \cdot \cos \pi x dx$.
2.	1) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x dx}{1 + \sin x}$; 2) $\int_2^4 \frac{dx}{x \ln^2 x}$; 3) $\int_0^{\pi} x \cos x dx$.
3.	1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 \frac{x}{2} dx$; 2) $\int_{-\pi}^{\pi} \sin \frac{2x}{3} \cos \frac{x}{3} dx$; 3) $\int_0^1 \frac{dx}{(3 + 2x)^3}$.
4.	1) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \operatorname{tg}^2 x dx$; 2) $\int_0^1 (2x - 1) \sin \pi x dx$; 3) $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$.
5.	1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 3x dx$; 2) $\int_0^{\pi} e^{2x} \sin x dx$; 3) $\int_4^9 \frac{(x - 1) dx}{\sqrt{x} + 1}$.
6.	1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 3x dx$; 2) $\int_0^{2\pi} x^2 \cdot \sin \frac{x}{2} dx$; 3) $\int_e^{e^2} \frac{\ln x + 1 dx}{x \cdot \ln x}$.
7.	1) $\int_0^{\pi} \cos 10x \cdot \cos 20x dx$; 2) $\int_0^{e-1} \ln(x + 1) dx$; 3) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2 - 1} dx}{x}$.
8.	1) $\int_0^{\pi} e^{2x} \cdot \cos 4x dx$; 2) $\int_1^{e^3} \frac{dx}{x(1 + \ln x)^2}$; 3) $\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1 + x}}$.
9.	1) $\int_0^{\pi} \sin 2x \cdot \cos x dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^x \cdot \cos 3x dx$; 3) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{x + 1}$.
10.	1) $\int_{-1}^1 \frac{x dx}{\sqrt{5 - 4x}}$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 2x \cdot \cos 2x dx$; 3) $\int_2^e x^2 \ln x dx$.
11.	1) $\int_2^3 \frac{x dx}{\sqrt{1 + x}}$; 2) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 7x \cdot \cos 3x dx$; 3) $\int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$.
12.	1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x dx}{3 + \sin^2 x}$; 2) $\int_1^e (2x - 1) \ln x dx$; 3) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$.
13.	1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x dx}{1 + \cos^2 x}$; 2) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 4x \cdot \cos 8x dx$; 3) $\int_0^2 (x - 1) e^{\frac{x}{2}} dx$.
14.	1) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x} \cdot \cos^3 x dx$; 2) $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cdot \cos x dx$; 3) $\int_0^1 \sqrt{1 + x} dx$.

15.	1) $\int_0^4 \frac{xdx}{\sqrt{x^2+9}}$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt[3]{\cos x} \cdot \sin x dx$; 3) $\int_1^2 x^2 \ln(x+1) dx$.
16.	1) $\int_1^e \frac{\ln^2 x dx}{x}$; 2) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sin^3 x \cdot dx}{\cos^2 x}$; 3) $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{\sqrt[3]{x^4+1}}$.
17.	1) $\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}}$; 2) $\int_0^{16} \frac{xdx}{\sqrt{x+9}}$; 3) $\int_1^{e^2} x \ln^2 x dx$.
18.	1) $\int_0^3 \frac{\sqrt{x} dx}{1+x}$; 2) $\int_0^{\pi} \sin^2 3x dx$; 3) $\int_0^1 (e^x - 1)^4 \cdot e^x dx$.
19.	1) $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{4-\ln^2 x}}$; 2) $\int_0^{\pi} \cos \frac{x}{2} \cdot \sin \frac{x}{4} dx$; 3) $\int_0^1 x\sqrt{4+5x^2} dx$.
20.	1) $\int_1^2 \frac{dx}{x^2+x}$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}$; 3) $\int_0^1 x \cdot \arctg x dx$.
21.	1) $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x}$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2+\cos x}$; 3) $\int_{-4}^0 (x^2+7x+12) \cos x dx$.
22.	1) $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 2x dx$; 3) $\int_{-1}^2 x \ln^2 x dx$.
23.	1) $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2 dx}{1+x^6}$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx$; 3) $\int_{-1}^1 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$.
24.	1) $\int_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2 \cos x \cdot \sin 3x dx$; 3) $\int_{-2}^0 (x^2+2) e^{\frac{x}{2}} dx$.
25.	1) $\int_{\frac{\pi^2}{9}}^{\pi^2} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$; 2) $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{1+\sin x} dx$; 3) $\int_1^2 x \log_2 x dx$.
26.	1) $\int_0^e \frac{x}{\cos^2(x^2)} dx$; 2) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} tg^2 x dx$; 3) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{xdx}{\cos^2 x}$.

Завдання 3. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

1.	$y = 4 - x^2, y = x + 2$	2.	$y = \frac{x^2}{4}, y = \frac{8}{4 + x^2}$	3.	$y = \frac{4}{x}, x + y = 5.$
4.	$y = x, x + y = 5, x = 4.$	5.	$y = x, y = 4 - x, y = 0, x = 3$	6.	$y = -x^2, x + y + 2 = 0.$
7.	$xy = 20, x^2 + y^2 = 41, x > 0, y > 0$	8.	$y = x + 1, y = 2x - 3, Oy$	9.	$y = 4x - x^2, y = x.$
10.	$y = \ln x, y = -\ln x, y = 1.$	11.	$y = -x^2 + 8x, y = x^2 + 18x - 12$	12.	$y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 1, x = 2$
13.	$y = 3x - x^2, 5x - y - 8 = 0$	14.	$y = 2^x, y = -x^2, x = -3, x = 3$	15.	$y = x^2, y = 2x + 3.$
16.	$y = 2x^3, y = 6x^2$	17.	$y = x^2, y = \frac{1}{x^2}, (x \geq 0), y = 0, x = 5$	18.	$y = \frac{3}{x}, x + y - 4 = 0$
19.	$y = \sqrt{3x}, x^2 = 3y.$	20.	$y = x, y = \frac{1}{x^2}, y = 0, x = 2$	21.	$y = x, y = \sqrt{1 - x^2}, x = 0.$
22.	$y = -4x^3, y = -x$	23.	$x - 2y + 1 = 0, x + 2y - 7 = 0, x = -1, x = 2$	24.	$y = \frac{x^2}{2}, y = \frac{1}{1 + x^2}$
25.	$y = \sqrt{3x}, y = \frac{x^2}{3}$	26.	$y = \sin x, y = \cos x, x = 0.$		

Завдання 3. Знайти довжини дуги кривої:

- $y = \frac{x^2}{2}, 0 \leq x \leq 2$
- $y = \sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4$
- $y = e^x, 0 \leq x \leq 1$
- $y = \frac{x^2}{4}, 0 \leq x \leq 4$
- $y = 2\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4$
- $y = e^{2x}, 0 \leq x \leq \ln 2$
- $y = e^{-x}, 0 \leq x \leq \ln 2$
- $y = 2x^2, 0 \leq x \leq 2$
- $y = 4\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4$
- $y = e^{3x}, 0 \leq x \leq \ln 2$
- $y = \ln x, 1 \leq x \leq e$
- $y = 4x^2, 0 \leq x \leq 2$
- $y = 8\sqrt{x}, 0 \leq x \leq 4$
- $y = e^{-2x}, 0 \leq x \leq \ln 2$
- $y = 2 \ln x, 1 \leq x \leq e$
- $y = \frac{x^2}{2}, -1 \leq x \leq 0$
- $y = \sqrt{x}, 4 \leq x \leq 9$
- $y = e^x, -1 \leq x \leq 0$
- $y = \frac{x^2}{4}, -4 \leq x \leq 0$
- $y = 2\sqrt{x}, 4 \leq x \leq 16$
- $y = e^{2x}, \ln 2 \leq x \leq \ln 3$
- $y = e^{-x}, \ln 2 \leq x \leq \ln 3$
- $y = 2x^2, -2 \leq x \leq 0$
- $y = 4\sqrt{x}, 4 \leq x \leq 16$
- $y = e^{3x}, \ln 2 \leq x \leq \ln 3$
- $y = \ln x, e \leq x \leq e^2$

Розрахункова робота № 9
по темі: «Диференціальні рівняння»

I. Знайти загальний розв'язок рівняння.

- | | |
|--|---|
| 1. $4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$. | 16. $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$. |
| 2. $\sqrt{4+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$. | 17. $2x + 2xy^2 + \sqrt{2-x^2} y' = 0$. |
| 3. $2x dx - y dy = yx^2 dy - xy^2 dx$. | 18. $3(x^2 y + y) dy + \sqrt{2+y^2} dx = 0$. |
| 4. $(1+e^x)yy' = e^x$. | 19. $\sqrt{5+y^2} dx + 4(x^2 y + y) dy = 0$. |
| 5. $x dx - y dy = yx^2 dy - xy^2 dx$. | 20. $\sqrt{3+y^2} + \sqrt{1-x^2} yy' = 0$. |
| 6. $x\sqrt{5+y^2} dx + y\sqrt{4+x^2} dy = 0$. | 21. $y(1+\ln y) + xy' = 0$. |
| 7. $6x dx - 2y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$. | 22. $\sqrt{1-x^2} y' + xy^2 + x = 0$. |
| 8. $(1+e^x)y' = ye^x$. | 23. $y \ln y + xy' = 0$. |
| 9. $(3+e^x)yy' = e^x$. | 24. $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$. |
| 10. $\sqrt{5+y^2} + yy'\sqrt{1-x^2} = 0$. | 25. $x\sqrt{4+y^2} dx + y\sqrt{1+x^2} dy = 0$. |
| 11. $2x dx - 2y dy = x^2 y dy - 2xy^2 dx$. | 26. $y(4+e^x)dy - e^x dx = 0$. |
| 12. $y(4+e^x)dy - e^x dx = 0$. | 27. $6x dx - y dy = yx^2 dy - 3xy^2 dx$. |
| 13. $6x dx - 6y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx$. | 28. $20x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 5xy^2 dx$. |
| 14. $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0$. | 29. $x\sqrt{3+y^2} dx + y\sqrt{2+x^2} dy = 0$. |
| 15. $6x dx - 6y dy = 2x^2 y dy - 3xy^2 dx$. | 30. $\sqrt{3+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$. |

II. Розв'язати задачу Коші

1. $x \cos y dy - \sin y dx + x \ln x \cos y dy = 0 \quad y(1) = \frac{\pi}{2}.$

2. $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{y}{\cos x} \quad y(0) = 0.$

3. $y' = 3\sqrt[3]{y^2} \quad y(2) = 0.$

4. $3y dy - \sqrt{y} \operatorname{tg} x dx - dy = 0 \quad y(\pi) = 1.$

5. $y' \sin x \ln y - y \sin^2 x - y = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

6. $x \cos^2 y dx - e^x \sin 2y dy = 0 \quad y(0) = 0.$

7. $(2y^2 + 1)y' = y(1 - \sin x) \quad y(0) = 1.$

8. $x\sqrt{1-y^2} dx + y\sqrt{1-x^2} dy = 0 \quad y(0) = 1.$

9. $x^2 y' + y^2 = 0 \quad y(-1) = 1.$

10. $y' = e^{x+y} + e^{x-y} \quad y(0) = 0.$

11. $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2} \quad y(0) = 1.$

12. $y' = (2y+1) \operatorname{ctg} x \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}.$

13. $2y'\sqrt{x} = y \quad y(4) = 1.$

14. $(1+x^2)dy + ydx = 0 \quad y(1) = 1.$

15. $y \operatorname{tg} x dx + dy = 0 \quad y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 4.$

16. $(1+e^x)yy' = e^y \quad y(0) = 0.$

17. $x' = \frac{t(1-x^2)}{x(1+t^2)} \quad x(\sqrt{3}) = -\frac{3}{2}.$

18. $(1-t)x' - x = 0 \quad x(0) = 1.$

19. $(1+2y)x + (1+x^2)y' = 0 \quad y(0) = 4$

20. $y' = \frac{x+1}{y+1} \quad y(2) = 8.$

21. $xy - (x^2 + 1)y' = 0 \quad y(0) = 1.$

22. $x^2 y^2 y' = y - 1 \quad y(1) = 2.$

23. $(3x-1)y' + y^2 = 0 \quad y(3) = 1$

24. $xy' + 2y = 2xyy' \quad y(1) = 1.$

25. $(2x+5)y' + y = 0 \quad y(0) = 1.$

26. $xy' = \frac{y}{\ln x} \quad y(e) = 1.$

27. $y' \operatorname{tg} x - y = 1 \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$

28. $y' = 2\sqrt{y} \ln x \quad y(e) = 1.$

29. $e^{x+3y} y' = x \quad y(0) = 2.$

30. $\frac{y}{y'} = \ln y \quad y(2) = 1.$

III. Перевірити функцію на однорідність. Знайти загальний розв'язок рівняння:

1. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2.$

2. $xy' = \frac{3y^3 + 8yx^2}{2y^2 + 4x^2}.$

3. $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

4. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 6.$

5. $xy' = \frac{3y^3 + 14yx^2}{2y^2 + 7x^2}.$

6. $xy' = 2\sqrt{3x^2 + y^2} + y.$

7. $y' = \frac{x^2 + xy - 3y^2}{x^2 - 4xy}.$

8. $y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 12.$

9. $xy' = \frac{3y^3 + 10yx^2}{2y^2 + 5x^2}.$

10. $xy' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y.$

11. $y' = \frac{x^2 + 2xy - y^2}{2x^2 - 2xy}.$

12. $xy' = \frac{3y^3 + 4yx^2}{2y^2 + 2x^2}.$

13. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2} + y.$

14. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 6\frac{y}{x} + 3.$

15. $y' = \frac{x^2 + xy - y^2}{x^2 - 2xy}.$

16. $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}.$

17. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 10.$

18. $y' = \frac{x^2 + xy - 5y^2}{x^2 - 6xy}.$

19. $y' = \frac{x^2 + 2xy - 3y^2}{2x^2 - 6xy}.$

20. $4y' = \frac{y^2}{x^2} + 10\frac{y}{x} + 5.$

21. $xy' = 3\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

22. $xy' = \frac{3y^3 + 12yx^2}{2y^2 + 6x^2}.$

23. $y' = \frac{x^2 + 3xy - y^2}{3x^2 - 2xy}.$

24. $2y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 8.$

25. $xy' = 4\sqrt{x^2 + y^2} + y.$

26. $3y' = \frac{y^2}{x^2} + 8\frac{y}{x} + 4.$

27. $y' = \frac{x + 2y}{2x - y}.$

28. $y' = \frac{x + y}{x - y}.$

29. $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y.$

30. $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

IV. Розв'яжіть лінійні диференціальні рівняння

1. $(1-x^2)y' + 2xy = x$.
2. $(4+x^2)y' - 2xy = (4+x^2)^2$.
3. $y' - \frac{y}{x} = x \cos x$.
4. $y' - \frac{y}{x} = x^2 e^{-x^2}$.
5. $(9-x^2)y' + 2xy - x^3 = 0$.
6. $y' - 2xy = \frac{xe^{x^2}}{x+1}$.
7. $y' - \frac{y}{x-1} = (x+1)^2$.
8. $y' \sin x - y \cos x = \cos^2 x$.
9. $x^2 y' + y = e^{\frac{1}{x}} x$.
10. $(x^3-1)y' - 3x^2 y = x-1$.
11. $x^3 y' + y = e^{\frac{1}{2x^2}} \sin 2x$.
12. $y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin^2 x}$.
13. $x^2 y' - y = \frac{1}{x^2}$.
14. $(x^4+1)y' - 4x^3 y = x$.
15. $y' + \frac{y}{x} = e^{-x^2} + \frac{1}{x^3}$.
16. $y' + 2xy = x \sin x e^{-x^2}$.
17. $xy' + y = x \ln x + 2$.
18. $xy' + 2y = x\sqrt{x}$.
19. $y' \sin x - 3y \cos x = \sin 2x$.
20. $y' + 2y \operatorname{tg} x = \operatorname{tg} x + \sin x$.
21. $(4+x^2)y' + 2xy = 1$.
22. $xy' - 2y = x^2 \sqrt{x+1}$.
23. $x^2 y' = e^{\frac{1}{x}} \sin\left(\frac{1}{x}\right) - y$.
24. $xy' + y = \sin x$.
25. $y' - y \operatorname{tg} x = \cos^{-3} x$.

V. Розв'яжіть рівняння Бернуллі

1. $xy' - 2y - x^2 \sqrt{y} = 0$.
2. $y' - y \operatorname{ctg} x = y^2$.
3. $y' + \frac{2xy}{x^2+1} + y^2 = 0$.
4. $xy' - y = x^2 y^4$.
5. $(1+x^2)y' - xy = y^2$.
6. $(1-x^2)y' - xy = xy^2$.
7. $y' + \frac{y}{x-1} = xy^3$.
8. $xy' + 2y = y^2 \ln x$.
9. $xy' - y = y^4$.
10. $4xy' + 3y = -e^x x^4 y^5$.
11. $xy' - y = xy^3$.
12. $\sqrt{y}(y' + 2xy) = x$.
13. $xy' + y = xy^2 \sin x$.
14. $(yx^2 - 2)ydx - xdy = 0$.
15. $y' + \frac{y}{x} = y^2 \ln^2 x$.
16. $y' + y \operatorname{ctg} x = y^3 \cos x$.
17. $(4+x^2)y' - 2xy = \frac{x}{y}$.
18. $3y^2 y' - \frac{y^3}{x} = \sqrt{x} + 1$.
19. $3xy' - y = (x^2+1)y^{-2}$.
20. $2(1+x^2)y' - 2xy = \frac{x}{y}$.
21. $2xy' + y = x^2 y^{-1}$.
22. $y' - \frac{4xy}{4+x^2} = 2\sqrt{y}(x+2)$.
23. $y' + \frac{2y}{x+1} + 2\sqrt{y} = 0$.
24. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{2\sqrt{y}}{\cos^2 x}$.
25. $xy' + y = y^2 \ln x$.

VI. Розв'яжіть задачу Коші

1. $y' \sin x = y \ln^2 y$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$.
2. $y' - 2y \operatorname{tg} x = \sec x$, $y(0) = 1$.
3. $2(y - x) = (x + 2y)y'$, $y(1) = 0$.
4. $2y^2 + x^2 - x^2 y' = 0$, $y(1) = 0$.
5. $y'(4 + x^2) = 4 + y^2$, $y(0) = 2$.
6. $(x^2 + 4)y' - 2xy = x$, $y(0) = 1$.
7. $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x \ln x$, $y(e) = 0$.
8. $xy' = y\left(1 - \ln^2 \frac{y}{x}\right)$, $y(1) = e$.
9. $2(1 + e^x)yy' = e^{x-y^2}$, $y(0) = 0$.
10. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$.
11. $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin 2x \cos x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
12. $y' + y \operatorname{tg} x = e^x \cos x$, $y(0) = 1$.
13. $\sin x \sin yy' = \cos x \cos^2 y$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
14. $y + \sqrt{x^2 + y^2} - xy' = 0$, $y(1) = 1$.
15. $y' = 4 + \frac{y}{x} + \left(\frac{y}{x}\right)^2$, $y(1) = 2$.
16. $y' \sin^2 x = y + 1$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$.
17. $(x^2 + y^2)dy - 2xydx = 0$, $y(1) = 2$.
18. $y' \cos^2 x = y$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = e$.
19. $2yy' = (y^2 - 1) \operatorname{ctg} x$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.
20. $\operatorname{tg} y dx - x \ln x dy = 0$, $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = e$.
21. $xy' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$, $y(1) = 0$.
22. $y' = \frac{y-x}{y+x}$, $y(1) = 0$.
23. $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{1+x^2}$, $y(1) = 0$.
24. $y' = \frac{-2y^2}{y^2 + x^2}$, $y(1) = 1$.
25. $y' + 3x^2 y = 3x^5$, $y(0) = 1$.

VII. Розв'яжіть рівняння в повних диференціалах.

1. $(4x^3y^3 + 3x^2y^2 + 2xy)dx + (3x^4y^2 + 2x^3y + x^2)dy = 0.$
2. $(4x^3y^3 + 3x^2y + 2x)dx + (2x^4y + x^3 + 2y)dy = 0.$
3. $(\ln x + 2xy^2)dx + (2x^2y + \ln y)dy = 0.$
4. $(\cos x \sin y + xe^x)dx + (\sin x \cos y + ye^y)dy = 0.$
5. $(\ln x + y)dx + (\ln y + x)dy = 0.$
6. $(\arg \operatorname{tg} x + \ln y)dx + \left(\frac{y}{1+y^2} + \frac{x}{y}\right)dy = 0.$
7. $(2x \sin y + 3x^2)dx + \left(x^2 \cos y + \frac{1}{y}\right)dy = 0.$
8. $\left(3x^2e^y + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)dx + (x^3e^y + y^3)dy = 0.$
9. $(y + \sin x \cos^2 x)dx + (x + \cos y \sin^3 y)dy = 0.$
10. $(2x \cos(x^2 + y^2) + x^2)dx + (2y \cos(x^2 + y^2) + y)dy = 0.$
11. $(x(y+2)e^{xy} + 2x)dx + (2x + x^2e^{xy})dy = 0.$
12. $(y \cos x + \cos y)dx + (\sin x - x \sin y + 2y)dy = 0.$
13. $(2x \sin y + 4x^3)dx + (x^2 \cos y - \sin y)dy = 0.$
14. $(y - x\sqrt{1+x^2})dx + (y\sqrt{y^2-1} + x)dy = 0.$
15. $(2xe^{x^2+y} + \cos x)dx + (e^{x^2+y} - \sin y)dy = 0.$
16. $\left(\frac{2x-1}{1+x} + 2xy\right)dx + \left(\frac{\cos \sqrt{y}}{\sqrt{y}} + x^2\right)dy = 0.$
17. $\frac{\cos(\ln x) + \ln y}{x}dx + \frac{\ln x - \sin(\ln y)}{y}dy = 0.$
18. $(e^{x-y} + y^2 + 3x^2)dx + (2xy - e^{x-y})dy = 0.$
19. $(2xe^{x^2+y^2} + 3x^2)dx + (2ye^{x^2+y^2} - 3y^2)dy = 0.$
20. $(4x^3y^2 + 2xy^3)dx + (2yx^4 + 3x^2y^2 + 4y^3)dy = 0.$
21. $(3x^2y + y^2 + 2x)dx + (x^3 + 2xy)dy = 0.$
22. $(\sin x + y)dx + (y \cos y^2 + x)dy = 0.$
23. $(\ln x + e^{x+y})dx + (e^x + e^y)e^ydy = 0.$
24. $(2xe^y + y^3e^x + 2)dx + (x^2e^y + 3y^2e^x)dy = 0.$
25. $(x^{-1} + 2xy^2)dx + (y^{-1} + 2x^2y)dy = 0.$

VIII. Знайти загальний розв'язок диференціального рівняння

1. а) $y'' + 4y = 0$; б) $y'' - 10y' + 25y = 0$; в) $y'' + 3y' + 2y = 0$.
2. а) $y'' - y' - 2y = 0$; б) $y'' + 9y = 0$; в) $y'' + 4y' + 4y = 0$.
3. а) $y'' - 4y' = 0$; б) $y'' - 4y' + 13y = 0$; в) $y'' - 3y' + 2y = 0$.
4. а) $y'' - 5y' + 6y = 0$; б) $y'' + 3y' = 0$; в) $y'' + 2y' + 5y = 0$.
5. а) $y'' - 2y' + 10y = 0$; б) $y'' + y' - 2y = 0$; в) $y'' - 2y' = 0$.
6. а) $y'' - 4y = 0$; б) $y'' + 2y' + 17y = 0$; в) $y'' - y' - 12y = 0$.
7. а) $y'' + y' - 6y = 0$; б) $y'' + 9y' = 0$; в) $y'' - 4y' + 20y = 0$.
8. а) $y'' - 49y = 0$; б) $y'' - 4y' + 5y = 0$; в) $y'' + 2y' - 3y = 0$.
9. а) $y'' + 7y' = 0$; б) $y'' - 5y' + 4y = 0$; в) $y'' + 16y = 0$.
10. а) $y'' - 6y' + 8y = 0$; б) $y'' + 5y' + 5y = 0$; в) $y'' + 5y' = 0$.
11. а) $4y'' - 8y' + 3y = 0$; б) $y'' - 3y' = 0$; в) $y'' - 2y' + 10y = 0$.
12. а) $y'' + 4y' + 20y = 0$; б) $y'' - 3y' - 10y = 0$; в) $y'' - 16y = 0$.
13. а) $9y'' + 6y' + y = 0$; б) $y'' - 4y' - 21y = 0$; в) $y'' + y = 0$.
14. а) $2y'' + 3y' + y = 0$; б) $y'' + 4y' + 8y = 0$; в) $y'' - 6y' + 9y = 0$.
15. а) $y'' - 10y' + 21y = 0$; б) $y'' - 2y' + 2y = 0$; в) $y'' + 4y' = 0$.
16. а) $y'' + 6y' = 0$; б) $y'' + 10y' + 29y = 0$; в) $y'' - 8y' + 7y = 0$.
17. а) $y'' + 25y = 0$; б) $y'' + 6y' + 9y = 0$; в) $y'' + 2y' + 2y = 0$.
18. а) $y'' - 3y' = 0$; б) $y'' - 7y' - 8y = 0$; в) $y'' + 4y' + 13y = 0$.
19. а) $y'' - 3y' - 4y = 0$; б) $y'' + 6y' + 13y = 0$; в) $y'' + 2y' = 0$.
20. а) $y'' + 25y' = 0$; б) $y'' - 10y' + 16y = 0$; в) $y'' - 8y' + 16y = 0$.
21. а) $y'' - 3y' - 18y = 0$; б) $y'' - 6y' = 0$; в) $y'' + 2y' + 5y = 0$.
22. а) $y'' - 6y' + 13y = 0$; б) $y'' - 2y' - 15y = 0$; в) $y'' - 8y' = 0$.
23. а) $y'' + 2y' + y = 0$; б) $y'' + 6y' + 25y = 0$; в) $y'' - 4y' = 0$.
24. а) $y'' + 10y' = 0$; б) $y'' - 6y' + 8y = 0$; в) $4y'' + 4y' + y = 0$.
25. а) $y'' + 5y = 0$; б) $9y'' - 6y' + y = 0$; в) $y'' + 6y' + 8y = 0$.

