

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДВНЗ «Київський електромеханічний коледж»

**Збірник
олімпіадних завдань
з предмету «Математика»
для студентів 1-2 курсу**

для спеціальностей

123 «Комп'ютерна інженерія»

151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

172 «Телекомунікації та радіотехніка»

141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

273 «Залізничний транспорт»

-Обслуговування та ремонт пристроїв електрозв'язку на транспорті

- Технічне обслуговування, ремонт та експлуатація тягового рухомого складу

Викладача Дуднік С.І.

2020

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДВНЗ «Київський електромеханічний коледж»

РОЗГЛЯНУТО ТА УХВАЛЕНО

цикловою комісією
природничо-математичних
дисциплін

Протокол № 7 від

«09» лютого 2020 р.

Голова циклової комісії

_____ (С.І.Дуднік)

ЗАТВЕРДЖЕНО

Заступник директора з НР

_____ (О. І. Марченко)

“ ____ ” _____ 2020р.

**Збірник
олімпіадних завдань
з предмету «Математика»
для студентів 1 курсу**

Викладача Дуднік С.І.

Київ 2020

Вступ

Олімпіадна задача з математики – це задача підвищеної складності, нестандартна як за формулюванням, так і за методами розв’язання. Серед олімпіадних задач зустрічаються такі, для розв’язання яких потрібні незвичні ідеї та спеціальні методи, так і задачі більш стандартні, але деякі із них можна розв’язувати оригінальними способами. I

Олімпіадні задачі отримали свою назву від популярних змагань школярів і студентів, так званих математичних олімпіад. Мета створення задач цієї категорії - виховання в майбутніх математиків таких якостей як творчий підхід, нетривіальне мислення та вміння вивчити проблему з різних сторін. Кращі олімпіадні задачі зачіпають глибокі проблеми з самих різних областей математики .

Дана збірка може бути використана викладачами математики, керівниками гуртків, студентами навчальних закладів при підготовці до олімпіади і стане для багатьох з них поштовхом до більш глибокого вивчення математики в цілому.

Завдання підібраті за наступною тематикою:

1. Тотожні перетворення алгебраїчних виразів
2. Раціональні та ірраціональні рівняння та нерівності, їх системи
3. Показникові та логарифмічні функції, рівняння, нерівності та їх системи
4. Тригонометричні функції, рівняння та нерівності
5. Алгебраїчні рівняння, нерівності та системи з модулями та параметрами
6. Похідна та її застосування
7. Задачі з планіметрії
8. Евристичні задачі

Вчіться творити та винаходити в процесі розв’язування задач!

Тотожні перетворення алгебраїчних виразів

1. Знайдіть найбільше ціле число, що належить області визначення функції

$$y = \frac{\sqrt{x^2-9}}{\sqrt{-x^2+x+20}}.$$

2. Звільнитися від ірраціональності у знаменнику: $\frac{14}{\sqrt[4]{3} + \sqrt[8]{2}}$.

3. Обчислити суму $\sqrt[3]{20 + \sqrt{392}} + \sqrt[3]{20 - \sqrt{392}}$.

4. Знайдіть з точністю до сотих значення виразу: $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$.

5. Обчислити значення виразу $\sqrt{13 + 30\sqrt{2 + \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}}}$. Відповідь округлити до цілих.

6. Обчислити значення виразу $\sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3 - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}}}$.

7. Обчислити: $\sqrt{5 + 4\sqrt{3 - 4\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}} - 2\sqrt{3}$.

8. Обчислити: $\left(\sqrt[6]{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}}\right) \cdot \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$.

9. Спростити: $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2018} + \sqrt{2019}}$

10. Знайти значення виразу: $\frac{(4 + \sqrt{15})^{\frac{3}{2}} + (4 - \sqrt{15})^{\frac{3}{2}}}{(6 + \sqrt{35})^{\frac{3}{2}} - (6 - \sqrt{35})^{\frac{3}{2}}}$

11. Обчисліть $\left(\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}\right)^{\log_9 7 \cdot \log_7 3}$

12. Порівняйте між собою числа: $a = (-3)^{3^3}$, $b = 3^{(-3)^3}$ та $c = 3^{3^{(-3)}}$.

13. Знайдіть значення виразу $\sqrt{1 + 2011^2 + \left(\frac{2011}{2012}\right)^2} + \frac{2011}{2012}$.

14. Обчислити найбільше значення виразу : $\frac{\sqrt[4]{(x-2)^3} - 64}{16 - 4 \cdot \sqrt[4]{x-2}} + \frac{\sqrt{x-2}}{4}$.
15. Розкласти на множники: $x^3 + 2x^4 + 4x^2 + 2 + x$.
16. Спростити: $\frac{x^8 + x^4 - 2x^2 + 6}{x^4 + 2x^2 + 3} + 2x^2 - 2$
17. Спростити вираз: $\frac{n^4 - 2n^3 + 4n^2 + 2n - 5}{n^4 - 3n^3 + 7n^2 - 5n}$
18. Скоротити дріб: $\frac{x^8 + x^4 + 1}{x^2 + x + 1}$
19. Подати у вигляді добутку $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2019})^2 - x^{2019}$
20. Спростити вираз $\left(\frac{3b}{3b+a} - \frac{9b^2}{9b^2+6ab+a^2} \right) \left(\frac{3b}{9b^2-a^2} + \frac{1}{a-3b} \right)^{-1} + \frac{18b^2}{3b+a}$.
21. Спростити вираз: $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5 + (x-5)\sqrt{x^2-1}}{x^2 - 4x - 5 + (x+5)\sqrt{x^2-1}}, x > 1$.
22. Спростити вираз: $\left(\frac{\left(1+a^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{6}}}{\left(a^{\frac{1}{2}+1}\right)^{-\frac{1}{3}}} - \frac{\left(a^{-\frac{1}{2}-1}\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(1-a^{-\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{6}}} \right)^{-2} \cdot \frac{\frac{1}{3}a^{\frac{1}{12}}}{\sqrt{a}+\sqrt{a-1}}$
23. Спростити вираз: $\frac{\frac{|b-1|}{b} + b|b-1| + 2 - \frac{2}{b}}{\sqrt{b-2+\frac{1}{b}}}$
24. Спростити вираз: $\frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\left(\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}\right)^2 \cdot \sqrt[4]{b}} - \frac{\sqrt[4]{16ab}(a+\sqrt[4]{a^3b}+\sqrt{ab})}{\sqrt[4]{a^3}-\sqrt[4]{b^3}}$
25. Спростити вираз $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}+\sqrt{x}} \right)^{-2} - \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}} \right)^{-2}$.
26. Спростити: $\frac{\sqrt{\sqrt{5}-2} \cdot \sqrt[4]{9+4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{a}}{\sqrt{\sqrt{5}+2} \cdot \sqrt[4]{9-4\sqrt{5}} + a}$.
27. Спростити: $\sqrt{\frac{4}{x} + \frac{1}{4x^{-1}}} - 2 + \sqrt{\frac{1}{4x^{-1}} + \frac{2^{-2}}{x} + \frac{1}{2}}$

28. Спростити: $\sqrt{\frac{x}{2+x+x^{-1}}} + |x-1|$

29. Спростити: $\frac{\sqrt{a-\sqrt{4(a-1)}} + \sqrt{a+\sqrt{4(a-1)}}}{\sqrt{a^2-4(a-1)}}$

30. Спростити: $\frac{\sqrt{4(x-\sqrt{y})+yx^{-1}} \cdot \sqrt{9x^2+6\sqrt[3]{2yx^3}+\sqrt[3]{4y^2}}}{6x^2+2\sqrt[3]{2yx^3}-3\sqrt{yx^2}-\sqrt[3]{4y^5}}$

31. Спростити: $\frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}$

32. Знайти область допустимих значень x і спростити

вираз: $\frac{\sqrt{x-2\sqrt{x+3}+4}}{x^{\frac{1}{2}}-(x-3)^{\frac{1}{2}}-\sqrt{3x+x^2}+\sqrt{x^2-9}} - \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x-3}}.$

33. Спростити вираз: $\frac{\sqrt{x+4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}}}{\sqrt{1-\frac{8}{x}+\frac{16}{x^2}}}.$

34. Довести тотожність: $\frac{x-1}{x+\sqrt{x}+1} \div \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}-1} = x - 2\sqrt{x} + 1.$

35. Спростити вираз $(a^2-b^2-c^2+2bc) \cdot \frac{a+b-c}{a+b+c}$; результат обчислити при

$a=8,6; b=\sqrt{3}; c=3\frac{1}{3}.$

36. Обчислити значення виразу $\frac{x^2-3}{3x^2} : \frac{x^2-\sqrt{3}x}{6x^3}$, якщо $x = 5 - \sqrt{3}.$

37. Обчисліть $\frac{a^4+a^3+a^2+9}{a^5-a^2-a+6}$, якщо $a^3-a-1=0.$

38. Обчислити суму $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx}$, якщо $xyz=1.$

39. Не користуючись калькулятором, обчисліть значення виразу

$A = \sqrt[3]{\frac{a+1}{2} + \frac{a+3}{6} \cdot \sqrt{\frac{4a+3}{3}}} + \sqrt[3]{\frac{a+1}{2} - \frac{a+3}{6} \cdot \sqrt{\frac{4a+3}{6}}}$, при $a=2019.$

40. Знайти $x\sqrt{1+y^2} + y\sqrt{1+x^2}$, якщо $xy + \sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} = a$.

41. Спростити вираз: $\frac{\sqrt{z^2-1}}{\sqrt{z^2-1}-z}$; $z = \frac{1}{2}\left(\sqrt{m} + \frac{1}{\sqrt{m}}\right)$.

42. Вказати множину точок на площині, координати $(x; y)$ яких пов'язані співвідношенням $\left|y + \frac{1}{|y|}\right| = |x| + \frac{1}{|x|}$.

43. Побудувати графік функції $y = |x+1| - \frac{x}{|x|}$.

44. Обчислити $\frac{a^4 + a^3 + a^2 + 9}{a^5 - a^2 - a + 6}$, якщо $a^3 + a = 1$

45. Знайти значення виразу $A - B + 2020$, якщо

$$A = \frac{3 + \sqrt{5}}{2\sqrt{2} + \sqrt{3 + \sqrt{5}}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{2\sqrt{2} - \sqrt{3 - \sqrt{5}}}, B = \sqrt{6 - \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}}$$

46. Довести, що якщо a, b, c – довжини сторін деякого трикутника, то $abc \geq (a+b-c)(b+c-a)(c+a-b)$

47. Знайти значення виразу при $a=0,04$: $\sqrt{\frac{abc+4}{a}} + 4\sqrt{\frac{bc}{a}} : (\sqrt{abc+2})$.

48. Перевірити правильність рівності: $\sqrt[3]{26 + 15\sqrt{3}} \cdot (2 - \sqrt{3}) = 1$.

49. Спростити вираз: $\left(\frac{a\sqrt{a+B}\sqrt{B}}{\sqrt{a+B}\sqrt{B}} - \sqrt{aB}\right)\left(\frac{aB}{\sqrt{a+B}\sqrt{B}}\right)^{-2}$.

Раціональні та ірраціональні рівняння та нерівності, їх системи

50. При якому найбільшому значенні k корені рівняння $x^2 - (2k+1)x + k^2 = 0$ відносяться як 1:4?

51. Графік функції $y = f(x)$ симетричний графіку функції $y = x^2$ відносно точки з координатами $(1;1)$. Розв'яжіть рівняння $f(x) = x^2$.

52. Розв'язати рівняння: $(1+x+x^2)(1+x+x^2+\dots+x^{10}) = (1+x+x^2+\dots+x^6)^2$

53. Розв'язати рівняння: $x^4 - 4x^3 - 19x^2 + 106x - 120 = 0$

54. Розв'яжіть рівняння: $15x^4 - 4x^3 - 6x^2 - 4x - 1 = 0$

55. Розв'язати рівняння: $(2x-3)^4 + (2x-5)^4 = 2$.

56. Розв'язати рівняння: $20\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^2 - 5\left(\frac{x+2}{x-1}\right)^2 + 48 \cdot \frac{x^2-4}{x^2-1} = 0$

57. Розв'язати рівняння: $\frac{2x}{2x^2-5x+3} + \frac{13x}{2x^2+x+3} = 6$

58. Розв'язати рівняння: $\frac{4x}{4x^2-8x+7} + \frac{3x}{4x^2-10x+7} = 1$

59. Розв'язати рівняння: $\frac{x-49}{50} + \frac{x-50}{49} = \frac{49}{x-50} + \frac{50}{x-49}$.

60. Розв'язати рівняння $\frac{2x-2}{x+2} + \frac{x+3}{x-3} - 5 = 0$.

61. Розв'язати рівняння $\frac{33}{x^2-6x+8} - x^2 + 6x = 16$.

62. Розв'язати рівняння, якщо відомо, що його корені утворюють арифметичну прогресію $64x^3 - 24x^2 - 6x + 1 = 0$

63. Розв'язати систему
$$\begin{cases} y^2 - xy = -12, \\ x^2 - xy = 28. \end{cases}$$

64. Розв'язати систему рівнянь в дійсних числах:
$$\begin{cases} x^3 + y^3 + x^2y + y^2x = 40, \\ x^2 + y^2 + x + y = 14. \end{cases}$$

65. Розв'язати систему рівнянь :
$$\begin{cases} x^2 + 2xy - y^2 = 1, \\ 2x^2 + xy - 2y^2 = -4. \end{cases}$$

66. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 3y = 0 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 + 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

67. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 4 \\ y^2 + yz + z^2 = 3 \\ z^2 + zx + x^2 = 7 \end{cases}$$

68. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = 2 \\ \frac{xz}{x+z} = 1 \\ \frac{yz}{y+z} = 3 \end{cases}$$

69. Знайти невід'є мні розв'язки системи рівнянь:
$$\begin{cases} x^2 y^2 + 1 = x^2 + xy, \\ y^2 z^2 + 1 = y^2 + yz, \\ z^2 x^2 + 1 = z^2 + zx. \end{cases}$$

70. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 + z^2 - 6 = 0, \\ 16x^3 + y^3 + 2z^3 - 12 = 0, \\ 64x^4 + y^4 + 4z^4 - 24 = 0. \end{cases}$$

71. . Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} xy + yz = 8 \\ yz + zx = 9 \\ zx + xy = 5 \end{cases}$$

72. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} x + y + z = 4, \\ x + 2y + 3z = 5, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 14. \end{cases}$$

73. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} x^2 - y^2 + 3y = 0 \\ x^2 + 3xy + 2y^2 + 2x + 4y = 0 \end{cases}$$

74. Розв'язати рівняння:
$$\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$$

75. Розв'язати рівняння
$$\sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x - 1}} = 1.$$

76. Розв'язати рівняння $\sqrt[3]{(x+1)^2} - 2\sqrt[3]{x^2-1} = 8\sqrt[3]{(x-1)^2}$

77. Розв'язати рівняння $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x-2} = \sqrt[3]{2x-3}$.

78. Розв'язати рівняння: $\sqrt[3]{9 - \sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{7 + \sqrt{x+1}} = 4$

79. Знайдіть добуток коренів рівняння: $x^2 - 7x - 2\sqrt{(x-6)(x-1)} = 18$.

80. Розв'язати рівняння: $x + \frac{3x}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{35}{4}$

81. Розв'язати рівняння $(x^2 - 6x + 5)\sqrt{2x+8-x^2} = 0$.

82. Розв'яжіть рівняння $2x^2 + \sqrt{2x^2 - 4x + 12} = 4x + 8$

83. Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{5x^2 - 4x + 8} + \sqrt{5x^2 + 3x + 8} = 7$.

84. Розв'яжіть рівняння: $2\sqrt{x^2-16} + \sqrt{x^2-9} = \frac{10}{x-4}$.

85. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} + 2x = 4 - 2\sqrt{(x-1)(x+3)}$.

86. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x+6} + \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x^2+5x-6} = 51-2x$.

87. Розв'язати рівняння $\sqrt{x-3-2\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 1$.

88. Розв'язати рівняння: $\frac{(\sqrt{-x})^2 + \sqrt{x^2}}{2x^2} = 2018$

89. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x^2+4x+8} + \sqrt{x^2+4x+4} = \sqrt{2(x^2+4x+6)}$.

90. Розв'язати рівняння: $\frac{1}{x-\sqrt{x^2-x}} - \frac{1}{x+\sqrt{x^2-x}} = \sqrt{3}$.

91. Розв'язати рівняння: $\sqrt{2\sqrt{7}+\sqrt{x}} - \sqrt{2\sqrt{7}-\sqrt{x}} = \sqrt[4]{28}$.

92. Розв'язати рівняння $\sqrt[3]{5x+2} - \sqrt[3]{5x-2} = 2$

93. Розв'язати рівняння: $\sqrt[3]{5x+7} - \sqrt[3]{5x-12} = 1.$

94. Розв'язати рівняння: $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} = \frac{4}{2-\sqrt{3}}.$

95. Розв'яжіть рівняння $(\sqrt{3+\sqrt{8}})^x + (\sqrt{3-\sqrt{8}})^x = 6.$

96. . Розв'язати рівняння: $(\sqrt[8]{8-\sqrt{63}})^x + (\sqrt[8]{8+\sqrt{63}})^x = 16$

97. Розв'яжіть рівняння $\sqrt[3]{x+3} + \sqrt{5-x} = 2.$

98. Розв'язати рівняння: $\frac{\sqrt[7]{x-\sqrt{2}}}{2} = \frac{\sqrt[7]{x-\sqrt{2}}}{x^2} + \frac{x}{2} \cdot \sqrt[7]{\frac{x^3}{x+\sqrt{2}}}.$

99. Розв'язати рівняння $\sqrt[3]{x+34} - \sqrt[3]{x-3} = 1.$

100. Нехай $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ - розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} 2y-3 = \sqrt{25x^2-70x+49}, \\ y-x=1. \end{cases} \quad \text{Знайти добуток } x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n \cdot y_1 \cdot y_2 \cdot \dots \cdot y_n.$$

101. Знайти всі трійки дійсних чисел x, y, z , які задовольняють рівності

$$x = \sqrt{\frac{1-y}{1+y}}, \quad y = \sqrt{\frac{z+1}{2}}, \quad z = \sqrt{\frac{1}{1+x^2}}$$

102. Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} \frac{9}{2(x+y)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, \\ \sqrt{x^2-2} = \sqrt{3-y^2}. \end{cases}$

103. Розв'язати рівняння: $\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 6 \\ x^2y + xy^2 = 20 \end{cases}$ Розв'язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+y} + \sqrt{x-3y} = 4 \\ 2x + 3y = 17 \end{cases}$$

104. Розв'язати систему рівнянь: $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt[4]{x-y} = 8, \\ \sqrt[4]{x^3 + x^2y - xy^2 - y^3} = 12. \end{cases}$

105. Розв'язати нерівність $x^8 - 6x^7 + 9x^6 - x^2 + 6x - 9 < 0$.

106. Вкажіть кількість усіх цілих розв'язків нерівності: $\frac{x^4 - 24x^2 - 25}{x^2 - 6x + 9} \leq 0$

107. Розв'яжіть нерівність: $\frac{(x+1)^4}{(x-1)^3} + \frac{x-1}{16} \geq \frac{(x+1)^2}{2(x-1)}$.

108. Розв'язати систему нерівностей
$$\begin{cases} x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \leq 0 \\ x^4 + x^3 - 12x^2 - 26x - 24 < 0 \\ 1 - \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+4} > \frac{x-14}{x^2 + 2x - 8} \end{cases}$$

109. Розв'яжіть нерівність $\sqrt{3x^2 - 10x + 3}(x^2 - 2x) \geq 0$.

110. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x^2 - 8x + 15} + \sqrt{x^2 + 2x - 15} > \sqrt{4x^2 - 18x + 18}$.

111. Розв'язати нерівність $\sqrt{x^2 - 9x + 20} \leq \sqrt{x-1} \leq \sqrt{x^2 - 13}$.

112. Розв'язати нерівність: $\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x+8-6\sqrt{x-1}} > 1$.

113.. Розв'язати нерівність $\frac{\sqrt{3x-x^2}-x+1}{x} \geq 1$

114. Розв'язати нерівність: $\sqrt{\frac{x^3+8}{x}} > x-2$.

115. Розв'язати нерівність: $\sqrt{4 - \sqrt{1-x}} - \sqrt{2-x} > 0$.

116. Розв'яжіть нерівність: $\sqrt{5x+8-6\sqrt{5x-1}} + \sqrt{5x+24-10\sqrt{5x-1}} \leq 2$.

117. Розв'язати нерівність: $\frac{\sqrt{x^2-16}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x-3} > \frac{5}{\sqrt{x-3}}$.

118. Запишіть суму всіх цілих чисел, що не є розв'язками нерівності: $1 -$

$$\frac{1}{x+2} \geq \frac{1}{\left(1+\frac{1}{x+1}\right)(x-1)}.$$

Показникові та логарифмічні функції, рівняння, нерівності та їх системи

119. Побудувати графік функції $y = 2^{\frac{|x|}{x}}$.

120. Побудувати графік функції $y = e^{\ln[x]}$.

121. Побудувати графік функції $y = 2^{|x-1|+(\sqrt{x+1})^2}$

122. Побудувати графік функції $y = |2^{|x|} - 4|$;

123. Побудувати графік функції: $y = \left| \left(\frac{1}{3} \right)^{x-3} - 1 \right|$

124. Розв'язати рівняння: $\sqrt[4]{|x-3|^{x+1}} = \sqrt[3]{|x-3|^{x-2}}$.

125. Розв'язати рівняння $5^x \cdot 8^{\frac{x-1}{x}} = 500$.

126. Розв'язати рівняння: $3 \cdot 4^x + \frac{1}{3} \cdot 9^{x+2} = 6 \cdot 4^{x+1} - \frac{1}{2} \cdot 9^{x+1}$;

127. Розв'язати рівняння: $7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}$.

128. Розв'язати рівняння $2^{\sin^2 x} + 2^2 \cdot 2^{\cos^2 x} = 6$

129. Розв'яжіть рівняння: $9^x - (14-x) \cdot 3^x + 33 - 3x = 0$.

130. Розв'язати рівняння: $x^2 \cdot 5^{\sqrt{3x-2}} + 5^{2+x} = x^2 \cdot 5^x + 5^{\sqrt{3x-2}+2}$

131. Розв'яжіть рівняння $2(4^{x+1} + 4^{1-x}) - 27(2^{x+1} + 2^{1-x}) + 101 = 0$.

132. Розв'язати рівняння $3^{1+\sin x + \dots + \sin mx} + \dots = \sqrt[3]{9}$

133. Розв'яжіть рівняння: $9^x - (14-x) 3^x + 33-3x = 0$

134. Розв'язати рівняння: $3^x + 4^x = 5^x$;

135. Розв'язати рівняння $(x^2 - x - 1)^{x^2 - 1} = 1$

136. Розв'язати рівняння $5^x \cdot x \sqrt[4]{8^{x-1}} = 500$

137. Розв'язати рівняння: $2^x = 3x - 4$;

138. Розв'язати нерівність: $\frac{4^x + 5}{2^{x+1} - 1} \geq 3$.

139. Розв'яжіть нерівність: $(x+3)^{-2x^2-7x-5} > 1$

140. Розв'язати нерівність $8 \times 3^{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}} + 9^{\sqrt[4]{x} + 1} \geq 9^{\sqrt{x}}$

141. Розв'яжіть нерівність $5^{1-x^2} + 1 \geq \sqrt{x^2 + 36}$.

142. Розв'яжіть нерівність: $3^x + 4^x \geq 5^x$

143. Побудувати графік функції $y = \log_{2017} x + |\log_{2017} x|$

144. Дано $\log_a x = p$, $\log_b x = q$, $\log_a x = n$, $\log_b x = m$, $x \neq 1$. Знайти $\log_{abcd} x$.

145. Знайти $\log_{abc} x$, якщо $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$, $\log_c x = 6$

146. Обчислити $\left(\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{14} - \sqrt{2}} \right)^{\frac{1}{\log_{\sqrt{19}}(\sqrt{7}+1)}}$

147. Обчислити $\log_{ab} \frac{\sqrt{a}}{b} + \log_{\sqrt{ab}} b + \log_a \sqrt[3]{b}$, якщо $\log_a b = 2$

148. Довести, що $\log_{b+c} a + \log_{c-b} a = 2 \log_{b+c} a \cdot \log_{c-b} a$, якщо a, b, c – катети і гіпотенуза прямокутного трикутника

149. Довести, що $\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7 = \frac{1}{3}$

150. Обчислити $3x^2$, якщо x – найменший розв'язок рівняння: $\log_{2x} 2 + \log_{3x} 3 = 2$

151. Розв'яжіть рівняння $\frac{2-4\log_{12} 2}{\log_{12}(x+2)} - 1 = \frac{\log_6(8-x)}{\log_6(x+2)}$.

152. Розв'яжіть рівняння $\log_k x + \log_{\sqrt{k}} x + \dots + \log_{\sqrt[k]{k}} x = \frac{k+1}{2} \quad (k \in \mathbb{N})$.

153. Розв'язати рівняння: $2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x} = 1024$;

154. Розв'язати рівняння: $5^{\log_2 x} + 2x^{\log_2 5} = 15$.

155. Розв'язати рівняння: $2017^{\log_{2017} x + \log_{2017} x^2 + \log_{2017} x^3 + \dots + \log_{2017} x^8} = 36x^{34}$

156. Розв'язати рівняння: $2017 \cdot 2016^{\log_{2016}^2 x} - x^{\log_{2016} x} = 2016^{\log_{\sqrt[3]{2016}} 2016}$

157. Розв'язати рівняння $(x)^{\frac{\lg x + 5}{3}} = 10^{5 + \lg x}$

158. Розв'язати рівняння: $x^{\frac{\lg x + 7}{4}} = 10^{\lg x + 1}$.

159. Розв'язати рівняння $|x-1|^{\lg^2 x - \lg x} = |x-1|^3$

160. Розв'яжіть рівняння: $\log_{2x} x^2 - \log_{4x} x = 0$

161. Розв'яжіть рівняння: $|\lg x + 2| + |\lg x - 1| = 3$

162. Розв'яжіть рівняння $3^{\log \frac{2}{3} x} + x^{\log_3 x} = 162$

163. Розв'язати рівняння $\sqrt{\log_5 x} + 3\sqrt{\log_5 x} = 2$

164. Знайдіть усі пари дійсних чисел $(x; y)$, які задовольняють рівняння: $\log_3 (x^2 + 6x + 12) \log_5 (y^2 + 2y + 6) = 1$

165. Зобразіть на координатній площині множину точок чисел $(x; y)$, яких задовольняють рівність: $\log_{2x} (x^2 + y^2) = 1$

166. Визначити найбільший розв'язок рівняння: $5^{\lg x + 1} + 3 * x^{\lg 5} = 200$

167. Визначити найбільший розв'язок рівняння:

$\log_2^2(x+y) + \log_2^2 xy + 1 = 2\log_2(x+y)$

168. Розв'язати рівняння: $0,1\log_2^4(x-4) - 1,3\log_2^2(x-4) + 3,6 = 0$.

169. Розв'язати рівняння: $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$.

170. Розв'язати рівняння $\log_{0,5x} x^2 - 14 \log_{16x} x^3 + 40 \log_{4x} \sqrt{x} = 0$

171. Розв'яжіть рівняння: $2 \log_9^2 x = \log_3 x \cdot \log_3 (\sqrt{2x+1} - 1)$

172. Розв'язати рівняння: $x \log_3^2 x - (2x+3) \log_3 x + 6 = 0$

173. Розв'язати рівняння: $\frac{1 + \sqrt{2 \log_2 x + 1}}{\log_2 x} = 1$.

174. Розв'язати рівняння $\log_{\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}} (x^2 - 4x - 2) = \log_{\frac{1}{2-\sqrt{3}}} (x^2 - 4x - 3)$

175. Розв'язати рівняння: $2018^{\log_{2018} x + \log_{2018} x^2 + \log_{2018} x^3 + \dots + \log_{2018} x^{10}} = 64x^{49}$

176. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} 5^x - 6^y = 589; \\ 5^{\frac{x}{2}} + 6^{\frac{y}{2}} = 31. \end{cases}$$

177. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} x^{-y} \sqrt{x+y} = 2\sqrt{3} \\ (x+y)2^{y-x} = 3 \end{cases}$$

178. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} \sqrt[y]{4^x} = 32\sqrt{x^y}, \\ \sqrt[y]{3^x} = 3\sqrt[y]{9^{1-y}}. \end{cases}$$

179. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} 9^x - 4 \cdot 3^{5-y} + 27 = 0 \\ \sqrt{2y-3x} = \sqrt{4-4x+y} \end{cases}$$

180. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} \log_x \log_x y = \log_y \log_y x \\ \log_3^2 x + \log_3^2 y = 8 \end{cases}$$

181. Розв'язати рівняння:
$$\begin{cases} \log_5 x + \log_5 7 \log_7 y = 1 + \log_5 2, \\ 3 + 2 \log_2 y = \log_2 5(2 + 3 \log_5 x). \end{cases}$$

182. Розв'язати систему
$$\begin{cases} 8^{\log_9(x-4y)} = 1, \\ 4^{x-2y} - 7 \cdot 2^{x-2y} = 8. \end{cases}$$

183. Розв'язати систему $\begin{cases} 4^{\frac{x+y}{x}} = 32, \\ \log_3(x-y) = 1 - \log_3(x+y). \end{cases}$

184. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} x^{\log_3 7} + 2y^{\log_3 x} = 27 \\ \log_3 y - \log_3 x = 1 \end{cases}$

185.. Розв'язати систему рівнянь: $\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0, \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0. \end{cases}$

186. Розв'язати систему: $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2 \\ \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \end{cases}$

187. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \log_2(u+v) - \log_3(u-v) = 1, \\ u^2 - v^2 = 2. \end{cases}$

188. Розв'язати систему: $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2 \\ \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \end{cases}$

189. Розв'язати систему рівнянь: $\begin{cases} 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-y} + 7 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2x-y}{2}} - 6 = 0, \\ \lg(3x-y) + \lg(y+x) - 4 \lg 2 = 0. \end{cases}$

190. Розв'язати систему рівнянь: $\begin{cases} x^{\log_3 y} + y^{\log_3 x} = 18 \\ \log_3 x + \log_3 y = 3 \end{cases}$

191. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} 8(\sqrt{2})^{x-y} = 0,5^{y-3}, \\ \log_3(x-2y) + \log_3(3x+2y) = 3. \end{cases}$

192. Розв'язати систему рівнянь $\begin{cases} 2^{2+\log_2(x^2+y^2)} = 20; \\ \lg(x^2 - y^2) - \lg(x-y) = 0. \end{cases}$

193. Розв'язати нерівність $\log_2(x-1) - \log_2(x+1) + \log_{\frac{x+1}{x-1}}(2) > 0$

194. Розв'яжіть нерівність $\log_{\frac{1}{2}} 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} \geq 8$

195. Розв'яжіть нерівність: $\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+4}{2^{x-3}} < \log_{\frac{1}{3}} 1$

196.Розв'язати нерівність $x^{\log_2 x} + 16x^{-\log_2 x} < 17$.

197.Розв'язати нерівність $\frac{\log_{0,3}|x-2|}{x^2-4x} < 0$.

198.Розв'язати нерівність: $2^{\log_{0,5}^2 x} + x^{\log_{0,5} x} > \frac{5}{2}$.

199.Розв'яжіть нерівність: $\sqrt{-x^2 + 7x - 10} \cdot \log_2 (x - 3) \leq 0$

200.2.3. Розв'яжіть нерівність $\log_3 (10 - 3^x) \geq 5^{\log_5 (2-x)}$.

201.Розв'язати нерівність $\frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{x+3}} \leq \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} (x+1)}$

202.Розв'яжіть нерівність $\log_x 3x \leq \sqrt{\log_x 3x^7}$. У відповідь запишіть добуток усіх натуральних чисел, які не є розв'язками нерівності.

203.Задано нерівність $\log_{x^2+y^2} (x-y) > 1$. Побудуйте множину точок $(x; y)$, координати яких задовольняють задану нерівність, та знайдіть площу цієї фігури.

204.Знайти суму цілих розв'язків нерівності: $\lg 2 + \lg(2x - x^2) \geq \lg(1 + x)$.

Тригонометричні функції, рівняння та нерівності

205. Спростити вираз $\sqrt{0,5 - 0,5\sqrt{0,5 + 0,5 \cos \alpha}}$, якщо $0^\circ < \alpha < 2\pi$

206. Спростити вираз: $\sqrt{(ctg \alpha - tg \alpha) \cdot 2ctg 2\alpha} \cdot tg 2\alpha + 2$, якщо $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.

207. Доведіть рівність $tg 10^\circ tg 50^\circ tg 70^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

208. Довести: $tg 20^\circ - 4 \sin 20^\circ \cdot \sin 50^\circ = -2 \sin 20^\circ$.

209. Обчислити $\sin 18^\circ$.

210. Обчислити: $\lg tg 1^\circ + \lg tg 2^\circ + \lg tg 3^\circ + \dots + \lg tg 89^\circ$.

211. Обчислити: $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$.

212. Обчислити: $\frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos(\alpha - \pi) tg(-\alpha)}{\sin(\alpha - \pi) \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) ctg(\pi - \alpha)}$.

213. Знайти значення виразу $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2$, якщо $tg \alpha + ctg \alpha = b$.

214. Знайти $ctg \frac{x}{2}$, якщо відомо, що $\sin x - \cos x = \frac{1 + 2\sqrt{2}}{3}$

215. Обчислити $\frac{tg \alpha + tg \beta + tg \gamma}{tg \alpha \cdot tg \beta \cdot tg \gamma}$, якщо $\alpha + \beta + \gamma = \pi$.

216. Обчислити: $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha$, якщо $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$.

217. Обчислити значення дробу: $\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$, коли відомо, що $\sin x \cdot \cos x = 0,4$.

218. Відомо, що $tg \alpha + tg \beta = p$, $ctg \alpha + ctg \beta = q$. Знайдіть $tg(\alpha + \beta)$.

219. Нехай α та β - гострі кути. Відомо, що $(1 + \operatorname{tg} \alpha)(1 + \operatorname{tg} \beta) = 2$. Знайти $\alpha + \beta$.

220. Скільки різних цілих значень набуває функція

$$f(x) = \sqrt{8(\sin^2 2x + \cos^2 2x - 2 \sin 2x \cos 2x)} \quad ?$$

221. Побудуйте графік функції: $y = 2 \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$.

222. Побудувати графік функції $y = \cos 2 \arcsin x$.

223. Побудувати графік функції: $y = \frac{\sin |x|}{|\sin x|}$.

224. Побудувати графік $y = \left| \frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg} x} \right|$

225. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{1 - \cos^2 x} \cdot \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 x} \cdot \sqrt{4x^2 + 4x + 1}$.

226. Побудувати графік функції $y = \sqrt{\cos^2 x} \cdot \sin x + \sqrt{1 - \cos^2 x} \cdot \cos x$.

227. Побудувати графік функції $y = \sqrt{2 + \sin^4 x - \cos 2x} + \sqrt{2 + \cos^4 x + \cos 2x}$

228. Побудуйте графік функції $y = \sqrt{4 \sin^4 x - 2 \cos 2x + 3} + \sqrt{4 \cos^4 x + 2 \cos 2x + 3}$.

229. Побудувати графік функції $y = \frac{\sin(|x| + x)}{\cos |x|}$

230. Побудувати графік функції $y = \cos \left(\frac{x^2 - \pi n x}{x - \pi n} \right) - \sqrt{\cos^2 x}$

231. Побудуйте графік функції $f(x) = \sqrt{2^{\cos x} - 2}$.

232. Розв'язати рівняння: $\cos^2 x + 3 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x = 1$.

233. Розв'язати рівняння: $2 \cos \frac{x^2 + 2x}{6} = x^2 + 4x + 6$

234. Розв'язати рівняння $\frac{1 + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x + \dots + \operatorname{tg}^n x + \dots}{1 - \operatorname{tg} x + \dots + (-1)^n \operatorname{tg}^n x + \dots} = 1 + \sin 2x, \quad |\operatorname{tg} x| < 1$.

235. Розв'язати рівняння: $\cos x - 2 \sin 2x - \cos 3x = |1 - 2 \sin x - \cos 2x|$

236. Розв'язати рівняння: $\cos^{10} x + \sin^{10} x = \frac{29}{16} \cos^4 2x$

237. Розв'язати рівняння $4\sin^3 x \cos 3x + 4\cos^3 x \sin 3x = 3\sin 2x$
238. Розв'язати рівняння $\sin^2 4x + \cos^2 x = 2\sin 4x \cos^4 x$
239. Розв'язати рівняння $\left(\frac{1}{\sin^2 x} + \sin^2 x\right)(3 + \operatorname{ctg}^2 3x) = 6$
240. Розв'яжіть рівняння $\sin 3x + \sin 6x + \sin 9x + \sin 12x = 0$.
241. Розв'яжіть рівняння: $\sin 2x + \sin x = 2 \cos x + 1$.
242. Розв'яжіть рівняння $\sin^2 x + 2|\sin x| - 3 = 0$
243. Розв'язати рівняння: $\cos \sqrt{x} = \cos x$.
244. Розв'язати рівняння: $\sin^8 2x + \cos^8 2x = \frac{41}{128}$.
245. Розв'язати рівняння: $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x = 6$.
246. Розв'язати рівняння: $\frac{8\sin^{-2} 2x + 1}{\cos^{-2} x + \operatorname{tg}^2 x} = \operatorname{ctg}^2 x + \frac{4}{3}$.
247. Розв'язати нерівність: $3\cos^2 x \cdot \sin x - \sin^3 x < 0,5$.
248. Розв'язати рівняння $\sin 2x + \sin(\pi - 8x) = \sqrt{2} \cos 3x$.
249. Розв'язати рівняння $4\sin x + \cos x = 4$.
250. Розв'язати рівняння: $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x = 6$.
251. Розв'язати рівняння: $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{7}{16}$.
252. Розв'язати рівняння: $-\sin^4 \frac{x}{2} + \cos^4 \frac{x}{2} = \sin 2x$
253. Розв'яжіть рівняння: $(\sin x + \cos x)^2 - 3(\sin x + \cos x) + 2 = 0$.
254. Розв'язати рівняння: $\sin x + \cos x + \sin x \cos x = 1$.
255. Розв'язати рівняння $\operatorname{tg} x + 2\operatorname{tg} 2x + 4\operatorname{tg} 4x + 8\operatorname{ctg} 8x = \operatorname{tg} \frac{2x}{3}$
256. Розв'язати рівняння $\operatorname{tg}(\pi \cos t) = \operatorname{ctg}(\pi \sin t)$
257. Розв'язати рівняння. $2\sin x = 5x^2 + 2x + 3$
258. Розв'язати рівняння $\arccos(2x - 1) = 3\arccos x$

259. Розв'язати рівняння: $\sqrt{2}(\cos^4 2x - \sin^4 2x) = \cos 2x + \sin 2x$.

260. Розв'яжіть рівняння $4^{3-4\sin^2 \frac{x}{2}} + 15 \cdot 4^{\sin(\frac{\pi}{2}-x)} - 4 = 0$.

261. Знайдіть суму коренів рівняння $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \sqrt{3}$, які належать проміжку $\left[-2\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

262. Розв'язати рівняння: $\cos 3x = 2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$. У відповіді зазначте кількість розв'язків на проміжку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

263. Розв'яжіть рівняння $9(\operatorname{tg}^4 x + \operatorname{ctg}^4 x) = 15(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x)^2 + 2$. Вкажіть кількість розв'язків рівняння на проміжку $[0; 2\pi]$.

264. Розв'яжіть нерівність $|\sin 2x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

265. Розв'язати нерівність: $3\operatorname{tg}^2 x + 7 \leq \frac{2}{\sin^2 2x}$.

266. Розв'язати нерівність $\sqrt{3} \cos^{-2} x < 4\operatorname{tg} x$.

267. Розв'язати нерівність $\frac{\sin x - 2}{4 \sin^2 x - 1} > 2$.

268. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} 2^{\sin x + \cos y} = 1, \\ 16^{\sin^2 x + \cos^2 y} = 4. \end{cases}$$

269. Розв'язати систему
$$\begin{cases} \sin x \sin y = 0,25, \\ x + y = \frac{\pi}{3}. \end{cases}$$

270. Чи може x бути кутом трикутника, якщо він задовольняє рівність: $\cos \frac{x}{2} = \cos \frac{x}{3}$.

271. Знайти невід'ємні значення x, y, z такі, що $x + y + z = 180^\circ$ і

$$\sin x = \frac{\sin y}{\sqrt{3}} = \frac{\sin z}{2}.$$

272.Відношення площі прямокутного трикутника до площі квадрата, побудованого на його гіпотенузі, рівне k . Знайти суму тангенсів гострих кутів трикутника.

Алгебраїчні рівняння, нерівності та системи з модулями та параметрами

273.Розв'язати рівняння: $x^2 + 2x - 3 = 3|x + 1|$.

274.Розв'язати рівняння $|x^2 - 9| + |x^2 - 16| = 7$

275.Розв'яжіть рівняння: $(x - 1) \cdot |x^2 + 1| + |x - 1| \cdot (x^2 + 1) = 0$.

276.Розв'язати рівняння: $||x - 5| + 5| - 8| = 3$;

277.Розв'язати рівняння: $||3 - x| - x + 1| + x = 6$.

278.Розв'язати рівняння $|x + \sqrt{1 + x^2}| = \sqrt{2} \cdot (1 - 2x^2)$

279.Розв'яжіть рівняння: $\sqrt{x^2 - 4} \cdot |x| + \sqrt{x^2 - 4} \cdot x = 0$.

280.Розв'язати рівняння $\sqrt{2x^2 + 3x - 14} + |\sin(\pi x) - 1| = 0$

281.Побудувати графік залежності: $|2 - x| + |y + 1| = 3$;

282.Розв'язати нерівність: $|x^2 + 4x + 3| > x + 3$.

283. Розв'язати нерівність: $\frac{|x^2 - 4|(x - 1)}{|x|(x - 2017)^2(x + 2018)^3} \geq 0$

284.Розв'яжіть нерівність: $\frac{x^2 - 3|x| - 4}{x + 1} < -3x$

285.Розв'язати нерівність $|\sqrt{x - 2} - 3| \geq |\sqrt{7 - x} - 2| + 1$

286.Розв'яжіть нерівність: $|\log_3 x| < \left| \log_3 \frac{x}{9} \right|$

287.Чому дорівнює площа фігури, заданої нерівністю $|x - y| + |x + y| \leq 2$?

288. Побудуйте графік нерівності: $|x-2|-|y+1|>2$.

289. Розв'язати систему
$$\begin{cases} |2x+3y|=5, \\ |2x-3y|=1. \end{cases}$$

290. Розв'язати рівняння $x^3-(a+b+c) \cdot x^2+(ab+ac+bc) \cdot x-abc=0$

291. Розв'язати рівняння $x^3-2ax^2+(a^2+2\sqrt{3} \cdot a-9) \cdot x-(2a^2\sqrt{3}-12a+6\sqrt{3})=0$

292. Скільки розв'язків має рівняння $\frac{|x+1|}{x+1}x^2-2x\frac{|x-1|}{x-1}+1=a$ залежно від параметра a ?

293. Для всіх значень параметра a розв'язати рівняння: $4^x-2a(a+1) \cdot 2^{x-1}+a^3=0$.

294. Розв'язати рівняння $(a+1)\cos x-(a-1)\sin x=2a$

295. Розв'яжіть рівняння для всіх значень параметра a :

296. $\sqrt{\cos \pi x-1}=x^2+8x-ax-8a$.

297. Дослідіть кількість розв'язків рівняння $\sqrt{x^2-6x+10}+\sqrt{x^2-6x+8}=a$ залежно від значень параметра a .

298. Число $1+\sqrt{2}$ є коренем рівняння $x^3-ax^2+bx+2=0$, де $a, b \in \mathbb{Z}$. Знайдіть інші корені цього рівняння.

299. Розв'язати рівняння: $x^4+x^3-3ax^2-2ax+2a^2=0$, де a – додатний параметр.

300. Розв'язати рівняння $(x+7-a)(\sqrt{x^2-x+169}-a\sqrt{x})=0$ залежно від значень параметра a .

301. Для кожного значення параметра a розв'язати рівняння $x+\sqrt{x}=a$.

302. Розв'язати відносно x рівняння: $\frac{x}{a(x+1)}-\frac{2}{x+2}=\frac{3-a^2}{a(x+1)(x+2)}$.

303. Для всіх значень параметра a розв'язати рівняння $3\log_{xa^2}x + 0,5\log_{\frac{x}{\sqrt{a}}}x = 2$.

304. Знайти всі значення a , за яких рівняння $\frac{(x+a)(x-5a)}{x+7} = 0$ має єдиний корінь. У відповідь записати найменший з них.

305. Знайти всі значення параметра m , при яких один корінь рівняння $x^2 - (2m + 1) \cdot x + m^2 + m - 2 = 0$

306. При яких дійсних значеннях параметра k рівняння має єдиний розв'язок $\log_{x+1}(kx - 3) = 2$

307. Знайти всі значення параметра a , при яких рівняння $\frac{x^2+x-a}{2x-5} = 0$ має єдиний корінь.

308. Знайдіть найменше значення параметра a , при якому має розв'язок рівняння $\frac{1}{2}(\sin x + \sqrt{3} \cos x) = 6 - 5a - 2a^2$.

309. Знайти всі значення a , за яких рівняння $\frac{(x+a)(x-5a)}{x+7} = 0$ має єдиний корінь. У відповідь записати найменший з них.

310. При яких значеннях a рівняння має єдиний розв'язок $(a - 2)x^2 + (4 - 2a)x + 3 = 0$.

311. При яких значеннях параметра a рівняння $\sin^4 x + \cos^4 x + \sin 2x + a = 0$ має розв'язок ?

312. При якому найменшому a рівняння має хоча б один корінь $\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x-3} + (14-2a)\sqrt[4]{x-3} + 32 = 6a$.

313. При яких значеннях параметра a рівняння $(\sqrt{x} - a)(9x - 16) = 0$ має єдиний розв'язок?

314. При яких значеннях параметра a рівняння

$$a^2x^2 + 2a(\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{x - 2} = 2\sqrt{2} - 3 \text{ має розв'язок?}$$

315. Знайти, при якому значенні m рівняння $2 \log_2 (x + 1) = \log_2 (m - 1)$ має тільки один корінь.

316. Знайти значення параметра a , при якому рівняння

$$a^2 \cos \pi x - a(1 + 2x^2) - 6 = 0 \text{ буде мати один розв'язок. Знайти цей розв'язок.}$$

317. При яких значеннях параметра a корені рівняння $(2a - 2)x^2 + (a + 1)x + 1 = 0$ будуть більші від -2 і менші від 0 ?

318. При якому найбільшому k корені рівняння $x^2 - (2k + 1)x + k^2 = 0$ відносяться як $1:4$.

319. Знайдіть усі значення параметра a , при яких сума коренів рівняння $x^2 - (a^2 - 5a)x + 4a - 1 = 0$ дорівнює -6 .

320. Знайти всі значення параметра m , при яких один корінь рівняння $x^2 - (2m + 1) \cdot x + m^2 + m - 2 = 0$ знаходиться між числами 0 і 2 , а другий – між числами 3 і 5 .

321. Визначити кількість коренів рівняння $\cos x \operatorname{ctg} x - \sin x = a \cos 2x$ на відрізку $[0; 2\pi]$.

322. Знайти всі значення параметра a , при кожному з яких корені рівняння $(a - 2)x^2 + 2ax + a + 3 = 0$ належить інтервалу $(-2; 1)$

323. При якому значенні параметра m добуток коренів рівняння $(m + 1)x^2 + 3x - m = 0$ дорівнює 4 ?

324. При яких раціональних значеннях параметрів a і b один із коренів рівняння $x^3 + ax^2 + bx - 17 = 0$ дорівнює $\sqrt{2} - 1$?

325. При яких значеннях параметра a один з коренів рівняння $3ax^2 - 2x - 3a - 2 = 0$ більший за 1 , а другий менший від 1 ?

- 326.** При яких значеннях параметра a різниця коренів рівняння $2x^2 - (a+1)x + a - 1 = 0$ дорівнює їх добутку?
- 327.** Знайти всі значення параметра a , при яких нерівність $4^{\cos x} - 2(a-3) \cdot 2^{\cos x} + a + 3 > 0$ виконується для всіх $x \in R$.
- 328.** Знайти всі значення параметра a , при яких рівняння $\sqrt{a + \sqrt{a + x}} = x$ має єдиний корінь.
- 329.** При яких значеннях параметра m рівняння $x^2 - |10x - 15| - m = 0$ має два кореня? При яких значеннях параметра a рівняння $(a - 1 - |x - 1|) \cdot (a + x^2 - 2x - 4) = 0$ має рівно три розв'язки?
- 330.** Визначити найменше ціле значення параметра a , при якому рівняння має два різні розв'язки: $5^{2x} + 2(11 - a)5^x + 121 = 0$.
- 331.** Знайдіть всі значення параметра a при якому рівняння має менше 4 коренів $|x^2 - 8|x| + 7| = a$
- 332.** Знайти найбільше значення параметра a , при якому рівняння $|x^2 - 2|x| - 3| = a$ має рівно чотири різних кореня.
- 333.** Знайдіть усі значення параметра a , при яких функція $f(x) = (a - 12)x^3 + 3(a - 12)x^2 + 6x + 7$ зростає на R .
- 334.** Знайдіть всі значення параметра a , за яких функція $y = \sqrt{(a + 5)x^2 + (2a + 10)x + 3}$ визначена при всіх дійсних x .
- 335.** Скільки коренів в залежності від параметра a має рівняння: $|x + 4| - |x - 2| = a$?
- 336.** За якого найбільшого значення параметра a рівняння $(\sqrt{x - 2} - 3)(x - a) = 0$ має єдиний корінь?

- 337.** Скільки розв'язків має рівняння $|x+2|=ax$ залежно від параметра a ?
- 338.** Знайти всі такі значення a при яких сума квадратів кореней рівняння $x^2 + (2-a)x - a - 3 = 0$ буде найменшою.
- 339.** При яких значеннях параметра a дійсні корені рівняння $x^3 - 3ax^2 + (a+1)x + 4a + 2 = 0$ утворюють арифметичну прогресію?
- 340.** Відомо, що $a \neq b$ і рівняння $ax^{2019} + x^{2018} + b = 0$ та $bx^{2019*} + x^{2018} + a = 0$ мають спільний дійсний корінь. Знайдіть $a+b$.
- 341.** Визначте для яких a рівняння $x^4 + ax^2 = 2019$ та $x^3 + ax = 2019$ мають спільний корінь.
- 342.** Розв'язати рівняння: $\sqrt{|x|+1} - \sqrt{|x|} = a$.
- 343.** Визначити значення параметра a , при якому сума кубів коренів рівняння $6x^2 + 6(a-1)x - 5a + 2a^2 = 0$ буде найбільшою.
- 344.** Скільки коренів має рівняння $|x^2 - 4x| = a$ залежно від значення параметра a ?
- 345.** При яких значеннях параметра a сума квадратів коренів рівняння $x^2 + x\sqrt{a^2 - 4a} - a - 2 = 0$ приймає найменше значення?
- 346.** При яких значеннях параметра a рівняння $x^4 + ax^2 = 2019$ та $x^3 + ax = 2019$ мають спільний корінь?
- 347.** При яких значеннях параметра a рівняння $(1-2a)x^2 - 6ax - 1 = 0$ і рівняння $ax^2 - x + 1 = 0$ мають спільний корінь?
- 348.** Знайти, при яких значеннях параметра a функція $y = (a-12)x^3 + 3(a-12)x^2 + 6x + 7$ зростає на $\mathbb{R}$.
- 349.** При яких значеннях a функція $f(x) = \sin x + \cos ax$ є періодичною?

350. Скільки спільних точок мають графіки функцій $y = |x^2 - 8|x| + 7|$ і $y = a - 3$ залежно від значення a .

351. Знайдіть, при яких значеннях a функція $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2 + 9x - 6x$ зростає на $\mathbb{R}$.

352. Знайти найбільше значення x , де $(x; y)$ – розв'язки системи

$$\begin{cases} y - 2|x| + 3 = 0 \\ |y| + x - 3 = 0 \end{cases}$$

353. В залежності від параметра a розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x - y = 8a^2 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 4a \end{cases}$$

354. Знайти всі значення параметра a , при яких система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ (x - 6)^2 + y^2 = a, \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок.}$$

355. Знайдіть усі значення параметра a , при яких система рівнянь

$$\begin{cases} ax^2 + 2019x + 1 = 0, \\ x^2 + ax + 2019 = 0, \\ 2019x^2 + x + a = 0. \end{cases} \text{ має принаймні один дійсний розв'язок.}$$

356. При якому найбільшому цілому значенні параметра a система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ (x - a)^2 = 9 - y^2 \end{cases} \text{ має тільки два різні розв'язки?}$$

357. Знайти суму всіх значень параметра m , при яких система

$$\begin{cases} |x - 12| + |y| = 1 \\ (x - m)^2 + y^2 = 4 \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок.}$$

358. Визначити кількість розв'язків системи
$$\begin{cases} |x| = 2018 - |y| \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 залежно від

значень параметра a .

359. Дослідити скільки розв'язків має система рівнянь $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = a, \\ x^2 - y^2 = b. \end{cases}$

360. Дослідіть кількість розв'язків системи рівнянь $\begin{cases} y - |x| - |x - 4| = 0; \\ y + x^2 - 4x = a^2 - 2a - 3. \end{cases}$

залежно від значень параметра a .

361. При яких значеннях параметра a система рівнянь $\begin{cases} |x| + y - 4 = 0, \\ (y - a)^2 + x^2 = 9 \end{cases}$ має один розв'язок.

362. При якому найбільшому від'ємному цілому значенні параметра a система рівнянь $\begin{cases} y = |x - 10| + |x + 15| \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ має два розв'язки?

363. Знайдіть розв'язки нерівності в залежності від значень параметра a :

$$|x - a| (5x^2 - 2x - 3) < 0$$

364. При яких значеннях a нерівність $ax^4 - 4x^2 + a + 3 < 0$ справджується при всіх $x \in R$?

365. Знайти всі значення параметра a , при яких нерівність $(x - 5a)(x - a + 5) < 0$ виконується для значень x таких, що $2 \leq x \leq 5$.

Похідна та її застосування

366. Знайдіть похідну функції: $f(x) = \frac{\arccos x}{x^2 - 1}$.

367. Знайти похідну функції $y = \frac{(x^2 - 8)\sqrt{x^2 - 8}}{6x^3}$.

368. Знайти похідну функції: $y = \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + \operatorname{ctg} \frac{x}{2}}{x}$.

369. Знайти похідну функції: $y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1+x}{1-x} + \operatorname{ctg}^3 4x$.

370. Знайти похідну функції $y = \frac{1}{3} \ln \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + x + 1}$.

371. Обчисліть похідну функції $y = \sqrt[4]{1 + \cos^3 x}$ у точці $x_0 = -\frac{\pi}{2}$

372. Обчислити значення похідної функції $y = (3x + 1)^3 \cdot \cos^3(x^2 + 2x + 1) + \pi^3$ в точці $x_0 = -1$.

373. Знайти похідну функції $y = \sqrt{6 + 6 \cos^2 x^2}$ у точці $x_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$. У відповідь записати $\frac{f'(x_0)}{\sqrt{\pi}}$.

374. Вкажіть кількість цілих розв'язків нерівності $f'(x) < 0$, якщо $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{16x^3}{3}$.

375. Дано функції $f(x) = x^3 - 3x$ і $g(x) = -\frac{6}{x}$. Знайдіть добуток коренів рівняння $f'(x) = g'(x)$.

376. Розв'язати рівняння $f'(x) = 2f(x)$, якщо $f(x) = e^{-x}(x^2 + 3x + 1)$.

377. Розв'язати рівняння: $\frac{f'(x)}{g'(x)} = 0$, якщо $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 18x$, $g(x) = 2\sqrt{x}$.

378. Який кут утворює з віссю ординат дотична до кривої $y = \frac{2}{3}x^5 - \frac{1}{9}x^3$, проведена в точці з абсцисою $x = 1$?

379. В яких точках дотична до графіка функції $y = \frac{x+2}{x-2}$ утворює з віссю Ox кут 135° ?

380. Знайти рівняння дотичної до графіка функції $y = x^2 - 3x + 2$, яка паралельна прямій $x - y = 5$.

381. У точці перетину графіків функцій $y = \frac{6}{\sqrt{x}}$ і $y = 12x^{-\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}}$ проведено дотичну до кожного графіка. Знайти різницю кутів, утворених цими дотичними з додатнім напрямом осі Ox .

382. Знайти рівняння дотичної до графіка функції $y = x^3 - 3x^2$, яка має єдину спільну точку з графіком цієї функції.

383. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку з координатами $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$, дотикається до графіка функції $y = \frac{-x^2}{2} + 2$ і перетинає в двох точках

графік функції $y = \sqrt{4 - x^2}$.

384.Складіть рівняння дотичної до графіка функції $f(x) = 0,4x^2 + 3x - 9$, яка паралельна прямій $y = 7x - 8$.

385.Знайдіть координати точки перетину з віссю абсцис дотичних до графіка функції $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$, які утворюють з додатним напрямом цієї осі кут $\frac{3\pi}{4}$.

386.Обчисліть площу трикутника, утвореного осями координат і дотичною до графіка функції $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ у точці з абсцисою $x_0 = 3$.

387.Знайти площу трикутника, утвореного дотичними до графіка функції $y = x^3 - 3x^2 - 1$, проведеними в точках з абсцисами $x_1 = 1$; $x_2 = -1$; $x_3 = 0$.

388.Знайти кут між дотичними до графіка функції $f(x) = x^3 - x$ в точках з абсцисами -1 і 0 .

389.Знайдіть рівняння дотичної до графіка функції $y = -x^2 + 4$, яка перпендикулярна до прямої $x - 2y + 2 = 0$.

390.Довести, що дотичні до лінії $y = \frac{1+3x^2}{3+x^2}$. проведені в точках, для яких $y = 1$, перетинаються в початку координат.

391.Знайти кути, під якими перетинаються лінії $x^2 + y^2 - 4x = 1$ і $x^2 + y^2 + 2y = 9$.

392.Знайти множину значень параметра k , при яких дотична до параболи $y = -x^2 + (k-2)x + k - 2$ у точці $x_0 = 1$ є також дотичною до параболи $y = x^2 - 6x + 5$.

393.Знайти критичні точки функції $f(x) = (2x-1)\sqrt[4]{x-a}$.

394.Знайти критичні точки функції: $y = 2 \sin^2 \frac{x}{6} + \sin \frac{x}{3} - \frac{x}{3}$.

395.Знайти екстремум функції $y = x \ln^2 x$.

396. Знайти екстремум функції $y = \arctg x - \frac{1}{2} \ln(1 + x^2)$.

397. Знайти екстремуми функції та проміжки монотонності: $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x-1}}$

398. Скільки екстремумів має функція $f(x) = \frac{1}{\pi x} + \frac{1}{\pi x + 1} + \frac{1}{\pi x + 2} + \dots + \frac{1}{\pi x + 2019}$?

399. При яких значення параметра a точка $x_0 = 2$ є точкою екстремуму функції $y = x^3 - 2ax^2 + (2a^2 - 2a)x + 9$?

400. При якому значенні параметра a відстань між вершинами парабол $y = x^2 + 8x + 15$ та $y = 2x^2 - 8x + a + 2$ буде мінімальною?

401. При якому значенні параметра a відстань між вершинами парабол $y = x^2 + 8x + 15$ та $y = 2x^2 - 8x + a + 2$ буде мінімальною?

402. При яких значеннях параметра a функція $f(x) = 2ax^3 + 3(3 - 2a)x^2 - 36x + 4$ зростає на проміжку $\left[1; \frac{3}{2}\right]$?

403. При яких значеннях параметра a функція $y = x^3 + 3(a - 7)x^2 + 3(a^2 - 9)x + 1$ має додатню точку максимуму?

404. При яких значеннях параметра a функція $y = (a + 2)x^3 - 3ax^2 + 9ax - 2$ монотонно убиває на всій числовій осі ?

405. Обчислити найменше ціле значення a , при якому функція $y = x^3 + ax^2 + x + 1$ зростає на всій числовій прямій.

406. При яких значеннях параметра b і для яких від'ємних, a функція $f(x) = ax^5 + bx^4 - b^2x^3 - 1$ спадає на проміжку $[0; \infty)$?

407. Довести, що функція $y = 2x + \sin x$ зростає на всій числовій прямій.

408. При яких значення параметра a функція $y = (a + 3)x^3 + 3(a + 3)x^2 - 5x + 12$ спадає на $\mathbb{R}$?

409. Знайти найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^3 - 2x \cdot |x - 2|$ на відрітку $[0; 3]$

410. На параболі $y^2 = 4x$ знайти точку, найближчу до точки $A(6; 0)$

411. Знайти найбільше та найменше значення функції $f(x) = x + \cos^2 x$, на відрітку $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

412. Знайти найбільше і найменше значення функції $y = 2x + 3x^{2/3}$ на проміжку $[-1/8; 1]$

413. Знайти найменше і найбільше значення функції $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$ на проміжку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

414. Знайти найбільше значення функції $y = \sin^4 x + 2\cos^4 x - 1$ на проміжку $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$.

415. Знайти найбільше та найменше значення функції $f(x) = (x - 3)e^{|x+1|}$ на відрітку $[-2; 4]$.

416. Знайти найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^3 - 2x \cdot |x - 2|$ на відрітку $[0; 3]$

417. На параболі $y^2 = 4x$ знайти точку, найближчу до точки $A(6; 0)$

418. Бічна сторона рівнобічної трапеції дорівнює її меншій основі. Яким має бути кут при більшій основі трапеції, щоб її площа була найбільшою?

419. Поперечний переріз відкритого каналу має форму рівнобічної трапеції (нижня основа менша верхньої). При якому куті нахилу боків «мокрый периметр» перерізу буде найменшим, якщо площа «живого перерізу» води в каналі дорівнює S , а рівень води h ?

420.Із наявного матеріалу можна зробити паркан завдовжки 320. Як цим парканом огородити прямокутну ділянку найбільшої площі, використавши з одного боку стінку будівлі.

421.На сторінці книги друкований текст повинен займати (разом з проміжками між рядків) 192 см^2 . Верхнє і нижнє поля займають по 4 см, лівє і праве - по 3 см. Якщо брати до уваги тільки економію паперу, то якими мають бути найбільш вигідні розміри сторінки?

422.У коло радіуса 20 см вписано прямокутник найбільшої площі. Знайдіть сторони прямокутника.

423.Знайти виміри прямокутного трикутника з найбільшою площею, якщо сума катета та гіпотенузи є сталою величиною.

424.Зробити розрахунок поперечного перерізу каналу, що має форму рівнобедреної трапеції, так, щоб на бетонування внутрішньої поверхні каналу пішло мінімум матеріалу (при цьому, щоб канал був заданої пропускної спроможності)

425.Число 54 записано у вигляді суми трьох додатних доданків. Відомо, що перший доданок у 2 рази більший від другого. Знайти ці доданки, знаючи, що їх добуток є найбільшим.

426.Визначити максимальну площу чотирикутника, вписаного в коло радіуса R .

427.У арифметичній прогресії $a_3 = -1$. При якому значенні різниці прогресії $d < 0$ добуток другого, четвертого та сьомого членів прогресії буде найменшим?

428. У плоску фігуру, обмежену параболою $y = 9 - x^2$ і прямою $y = 4$, вписати прямокутник найбільшої площі так, щоб нижня основа лежала на прямій $y = 4$, а вершини верхньої основи на параболі.

- 429.** Число 180 розбити на три доданки так, щоб два з них відносились, як 1:2, а добуток трьох доданків був би найбільшим.
- 430.** Розбийте число 120 на три невід'ємні доданки так, щоб два з них відносились як 1:2, а добуток усіх трьох доданків був найбільшим.

Задачі з планіметрії

- 431..** Площа S трикутника обчислюється за формулою $S = p(p - c)$, де p – півпериметр, c – довжина сторони. Довести, що цей трикутник – прямокутний.
- 432.** У прямокутному трикутнику ABC ($\angle C = 90^\circ$) відрізок CD – висота. Бісектриси прямих кутів трикутників ACD і DCB відповідно дорівнюють l_1 і l_2 . Знайдіть бісектрису прямого кута трикутника ABC .
- 433.** Обчислити довжину бісектриси кута A трикутника ABC з довжинами сторін $a=18$ см, $b=15$ см, $c=12$ см.

434.Хорда АВ стягує дугу, градусна міра якої дорівнює 120° . Точка С лежить на цій дузі, а точка D - на хорді АВ. Відомо, що $AD = 2$, $BD = 1$, $CD = \sqrt{2}$. Знайдіть площу трикутника ABC.

435.За двома даними сторонами трикутника 20см та 45см знайти відрізки третьої сторони, на які її поділяє бісектриса кута, довжина якої 24см.

436.Знайти катети прямокутного трикутника, якщо вони відносяться між собою, як 20:21, а різниця між радіусами описаного та вписаного кіл дорівнює 17 см.

437.Кут між медіанами AN і BK трикутника ABC дорівнює 60° , $AN = 18$ см, $BK = 12$ см. Знайдіть площу трикутника ABC і довжину відрізка NK.

438.Основа і бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнюють 20см і 30см відповідно. Знайдіть бісектрису кута при основі трикутника.

439.Точка L, що належить катету AC прямокутного трикутника $\triangle ABC$, рівновіддалена від катета BC і гіпотенузи AB. Довжини проєкцій AN і BH відрізків AL і BL на гіпотенузу дорівнюють 2 см і 6 см відповідно. Знайдіть площу $\triangle ALB$.

440.Довжини двох сторін гострокутного трикутника рівні $\sqrt{13}$ см і $\sqrt{10}$ см. Знайти довжину третьої сторони, якщо вона рівна проведеній до неї висоті.

441.В рівнобедреному трикутнику ABC з вершиною B проведена бісектриса AF. Знайти градусну міру кутів $\triangle ABC$, якщо $AF + FB = AC$.

442.Сторона трикутника дорівнює 10 см, а медіани, проведені до двох інших сторін, – 9 см і 12 см. Знайдіть площу трикутника.

443.У рівнобедреному трикутнику ABC $\angle BAC = 100^\circ$, відрізок BP – бісектриса. Доведіть, що $AP + PB = BC$.

444.Знайти площу трикутника, якщо дві його сторони 35 см і 14 см, а бісектриса кута між ними дорівнює 12 см.

445.Периметр прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) дорівнює 72 см, а різниця між довжинами медіани CK та висоти CM дорівнює 7 см. Знайти площу трикутника ABC .

446.Знайти кути трикутника, у якому висота, медіана і бісектриса, проведені з однієї вершини ділять кут на чотири рівні кути.

447.Точка M лежить на стороні AB трикутника ABC і $AB=3AM$. Точка K лежить на продовженні сторони AC за точкою C і $AK=2AC$. Знайти, у якому відношенні пряма MK ділить відрізок BC .

448.Площа рівнобедреного трикутника дорівнює S . Кут між висотою, проведеною до бічної сторони, та основою, дорівнює α . Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник.

449.Трикутник ABC прямокутний. Точка L , що належить катету AC , рівновідалена від катета BC і гіпотенузи AB . Довжини проекцій AN і BN відрізків AL і BL на гіпотенузу AB дорівнюють 2см і 6см відповідно. Знайдіть площу трикутника ALB . Задано прямокутний трикутник. Його площа дорівнює S , а гострий кут дорівнює α . Знайдіть відстань від точки перетину медіан трикутника до гіпотенузи.

450.Від правильного трикутника відрізали трикутник так, що утворилась рівнобічна трапеція. Дві такі трапеції приклали сторонами так, що утворився паралелограм. Периметр цього паралелограма на 10 см більший від периметра даного трикутника. Яким є периметр цього трикутника?

451.Через точку M , яка розташована в середині трикутника, проведені три прямі, відповідно паралельні його сторонам. Ці прямі утворюють з сторонами трикутника три трикутники. Довести, що якщо S_1 , S_2 , S_3 – площі цих трикутників, а S – площа даного трикутника, то $S_1 + S_2 + S_3 \geq \frac{1}{3}S$.

- 452.** Дві сторони трикутника дорівнюють 6 см і 8 см. Медіани, проведені до цих сторін, взаємно перпендикулярні. Знайдіть третю сторону трикутника.
- 453.** У рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює 72° , а бісектриса цього кута має довжину m . Знайдіть довжини сторін трикутника.
- 454.** Площі трикутників, утворених відрізками діагоналей трапеції та її основами, дорівнюють S_1 та S_2 . Знайти площу трапеції.
- 455.** Площа S трикутника обчислюється за формулою $S = p(p - c)$, де p – півпериметр, c – довжина сторони. Довести, що цей трикутник – прямокутний.
- 456.** Всередині трикутника ABC взято довільну точку K і через неї проведено три прямі, паралельні сторонам трикутника. Ці прямі ділять трикутник ABC на шість частин, з яких три частини є трикутниками. Площі цих трикутників S_1 , S_2 та S_3 . Знайти площу трикутника ABC .
- 457.** Числа m_a , m_b , m_c є довжинами медіан деякого трикутника. Доведіть, що коли виконується рівність $m_a^2 + m_b^2 = 5m_c^2$, то трикутник є прямокутним.
- 458.** Нехай s – сума медіан трикутника, $2p$ – його периметр. Довести, що $\frac{3}{2}p < s < 2p$.
- 459.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють 6 см і 8 см. Знайти відстань від центра вписаного кола до центра описаного кола.
- 460.** В коло радіуса R вписано трикутник з кутами 15° і 60° . Знайти площу трикутника.
- 461.** У правильний чотирикутник вписано круг, а у нього вписано правильний п'ятикутник. Знайти відношення площ цих багатокутників.
- 462.** Квадрат вписано в круг. На сторонах квадрата, як на діаметрах, всередині квадрата побудовано півкруги. Чотири попарних перетини цих

півкругів утворюють фігуру “квітка”. Доведіть, що загальна площа “квітки” дорівнює площі частини описаного круга, що лежить поза квадратом.

463. Дано опуклий чотирикутник $ABCD$ такий, що $\angle ABC = 90^\circ$, $AC = CD$ і $\angle BCA = \angle ACD$. Точка F – середина відрізка AD . Відрізки BF і AC перетинаються в точці L . Довести, що $BC = CL$.

464. Квадрат вписано в круг. На сторонах квадрата як на діаметрах всередині квадрата побудовано півкруги. Чотири попарних перетини цих півкругів утворюють фігуру «квітка». Довести, що загальна площа «квітки» дорівнює площі частини описаного круга, що лежить поза квадратом.

465. З вершини гострого кута ромба проведено перпендикуляри до прямих, що містять сторони ромба, яким дана вершина не належить. Довжина кожного перпендикуляра дорівнює 3 см, а відстань між їхніми основами дорівнює $3\sqrt{3}$ см. Обчисліть довжини діагоналей ромба.

466. Площа чотирикутника дорівнює S . Знайти площу паралелограма, сторони якого рівні і паралельні діагоналям чотирикутника.

467. На стороні CD квадрата $ABCD$ позначено точку K так, що $\angle ABK = 60^\circ$. Знайдіть довжину відрізка AK , якщо $BC = \sqrt{6}$ см.

468. Довільний чотирикутник поділено діагоналями на чотири трикутники. Площі трьох з них дорівнюють 10, 20 і 30 см^2 , і кожна менша за площу четвертого трикутника. Знайти площу даного чотирикутника.

469. Задача. З вершин B і D прямокутника $ABCD$ до діагоналі AC проведені перпендикуляри BE та DF . Відстань між точками E та F дорівнює 16 см, а 24 см. Обчисліть площу прямокутника.

470. Діагоналі опуклого чотирикутника рівні a і b . Відрізки, які сполучають середини протилежних сторін рівні. Знайти площу чотирикутника.

471. Квадрат вписано в круг. На сторонах квадрата, як на діаметрах, всередині квадрата побудовано півкруги. Чотири попарних перетини цих півкругів утворюють фігуру “квітка”. Доведіть, що загальна площа “квітки” дорівнює площі частини описаного круга, що лежить поза квадратом.

472. В коло радіуса R вписаний правильний n -кутник із стороною a_n . Подвоїти число сторін даного n -кутника та знайти a_{2n} .

473. В трапецію вписано коло радіуса r . Знайти площу трапеції, якщо кути при більшій основі рівні α та β .

474. У прямокутній трапеції висота рівна 6 м. На бічній стороні (не перпендикулярній до основ), як на діаметрі, побудовано коло так, що воно дотикається до протилежної сторони трапеції. Обчислити площу прямокутного трикутника, у якого катети дорівнюють основам трапеції.

475. Центр кола, описаного навколо рівнобічної трапеції, ділить її висоту у відношенні 3:4, рахуючи від більшої основи. Знайти основи трапеції, якщо її середня лінія дорівнює висоті, а радіус кола дорівнює 10.

476. Трапеція $ABCD$ має основу AD довжиною $2\sqrt{2}$ см, а довжина основи BC дорівнює $\sqrt{2}$ см. Кут A дорівнює 15° , кут D дорівнює 30° . Знайдіть довжину бічної сторони AB .

477.2. Дано прямокутна трапеція $ABCD$, $AB \perp BC$; $AB \perp AD$, $AB = 4$ см. Діагоналі трапеції перпендикулярні. Відрізок $MN = 3,2$ см і проходить через точку перетину діагоналей, $M \in AB$, $N \in CD$. Знайти основи трапеції.

478. У рівнобічну трапецію, верхня основа якої дорівнює 1 см, вписано коло радіусом 1 см. Знайдіть площу трапеції.

479. Центр кола, вписаного у прямокутну трапецію, віддалений від кінців її бічної сторони на відстані 3 см і 9 см. Знайти сторони трапеції.

480.3 трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) вирізали два трикутники BKL і LMC . Знайдіть суму площ трикутників ABK , KLM і MCD , які залишилися після

вирізання, якщо відомо, що основа $AD = 35$ см, а висота трапеції дорівнює 7 см.

Знайдіть відстань від вершини А прямокутної трапеції ABCD ($BC \parallel AD$),
481. якщо її менша діагональ дорівнює більшій основі, площа трапеції дорівнює S , гострий кут дорівнює α

482. Коло радіусом R вписано в рівнобічну трапецію. Верхня основа трапеції в два рази менша її висоти. Знайдіть площу трапеції.

483. У прямокутній трапеції менша основа дорівнює 21 см. Обчисліть площу трапеції, якщо довжина кола, вписаного в неї, дорівнює 24π см.

484. Центр кола, описаного навколо рівнобічної трапеції, лежить на її більшій основі. Знайдіть радіус цього кола, якщо бічна сторона трапеції дорівнює 2 см, а її висота 1,6 см.

485. Точка перетину бісектрис гострих кутів при основі трапеції належить її другій основі. Знайти площу трапеції, якщо її бічні сторони дорівнюють 17 см і 25 см, а висота 15 см.

486. Через точку перетину діагоналей трапеції паралельно основам проведено пряму, яка перетинає бічні сторони в точках M і N . Знайдіть довжину відрізка MN , якщо основи трапеції дорівнюють 7 см і 3 см.

487. Діагоналі трапеції розбивають її на чотири трикутники. Площі трикутників, що прилягають до основ трапеції, дорівнюють n^2 і k^2 . Доведіть, що площа трапеції дорівнює $(n+k)^2$

488. Діагональ рівнобічної трапеції перпендикулярна до бічної сторони і утворює з більшою основою кут 30° . Знайти площу трапеції, якщо радіус кола, описаного навколо трапеції, дорівнює R .

489. Спільну хорду двох кіл, що перетинаються, видно з їх центрів під кутами 90° і 60° . Знайти радіуси кіл, якщо відстань між їх центрами дорівнює $\sqrt{3} + 1$.

- 490.** Два кола, радіуси яких 5 см і 3 см дотикаються внутрішньо. Хорда більшого кола дотикається до меншого кола і ділиться точкою дотику у відношенні 3:1. Знайти довжину цієї хорди.
- 491.** Два кола, радіуси яких дорівнюють 8 см і 2 см, дотикаються зовнішньо у точці А. До цих кіл проведено спільну дотичну ВС (В і С - точки дотику). Знайдіть площу трикутника ABC.
- 492.** В круговий сектор, дуга якого містить 60° , вписано круг. Знайти співвідношення площі цього круга до площі сектора.
- 493.** Знайдіть рівняння кола із центром в точці $O(1;-2)$, яке дотикається до прямої $3x - 4y + 9 = 0$

Евристичні задачі

- 494.** Довести, що число $3^{105} + 4^{105}$ кратне 13.
- 495.** Довести, що квадрат зі стороною $4k+2$ не можна розрізати на прямокутники розміром 1×4 .
- 496.** Доведіть, що при всіх цілих n число $(n-1)n(n+1)(n+2)+1$ є квадратом цілого числа.
- 497.** Доведіть, що якщо для всіх натуральних чисел m і s виконується рівність $2m = s^2 + 1$ то число m можна подати у вигляді суми квадратів двох цілих чисел.

498.3. Знайти число, яке при діленні на 3 дає в остачі 2, а при діленні на 5 дає в остачі 3 і при діленні на 7 знову 2.

499. Про деяке двозначне число зроблені наступні твердження. «Це число абозакінчується на 5, або ділиться на 7». «Це число або більше 20, абозакінчується на 9». «Це число або ділиться на 12, або менше 21». Знайдіть усі двозначні числа, які задовольняють умовами задачі.

500. Чи існує таке натуральне число a , що у послідовності $x_n = n^2 + 2007an + 2006a^2$ кожен два сусідні члени є взаємно простими?

501.5. У числі $34! = 295232799039 * 0414084761860964352 * 000000$ дві цифри в записі замінені на зірочки. Які саме цифри було замінено? Відповідь обґрунтуйте. (Тут $34!$ позначає добуток $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 33 \cdot 34$.)

502. Знайдіть усі пари натуральних чисел (x, y) , для яких виконується рівність $2x^2 + y^2 = 2xy + 4x$.

503. Довести, що при кожному цілому n вираз $\frac{n^5}{120} - \frac{n^3}{24} + \frac{n}{30}$ також є цілим числом.

504. Знайти максимальне значення виразу $\frac{\sqrt[16]{x} \cdot \sqrt[8]{y} \cdot \sqrt[4]{z} \cdot \sqrt{t}}{1 + x + 2y + z + t}$ при $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, t \geq 0$ та вказати при яких значеннях змінних воно досягається.

505. Знайдіть усі такі чотирицифрові числа $\overline{abcd}$, для яких виконується рівність $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 2019$

506.7.2 Довести, що рівняння $(x-a)(x-b) + (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) = 0$ має дійсні корені.

507.7.3 Довести, що для довільних додатних дійсних чисел a, b, c

виконується нерівність $\frac{a^3}{b+2c} + \frac{b^3}{c+2a} + \frac{c^3}{a+2b} \geq \frac{a^2+b^2+c^2}{3}$.

508. Порівняйте числа $\sqrt{2019+\sqrt{2020}} + \sqrt{2020+\sqrt{2019}}$ та

$$\sqrt{2019+\sqrt{2019}} + \sqrt{2020+\sqrt{2020}}$$

509. Знайдіть найменше можливе значення виразу $\frac{x^4}{(y-2)(z-2)} + \frac{y^4}{(z-2)(x-2)} + \frac{z^4}{(x-2)(y-2)}$, де $x, y, z \in (2, +\infty)$.

510. Довести, що коли n – довільне число, то серед трьох чисел $n, n+10, n+14$ обов'язково є число, яке ділиться на 3.

511. Знайти формулу для обчислення суми

$$S_n = \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}.$$

512. Знайти два числа, сума яких рівна 1244; якщо в кінці першого числа дописати цифру 3, а в кінці другого числа відкинути цифру 2, тоді утворяться два рівні числа.

513. Знайти значення виразу $\frac{c}{a+b} + \frac{a}{c+b} + \frac{b}{a+c}$, якщо

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c+b} + \frac{1}{a+c} = 2019\sqrt{2019} \text{ та } a+b+c = \frac{1}{\sqrt{2019}}$$

514. Довести нерівність: $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2019}} > \sqrt{2019}$

515. Знайти найменше натуральне число, яке при діленні на 24 дає в остачі 19, при діленні на 18 дає в остачі 13, а при діленні на 17 дає в остачі 12.

516. Знайти двоцифрове і трицифрове числа, якщо їх сума дорівнює 177, а сума чисел, записаних тими самими цифрами в зворотному порядку, 483.

517. Знайти всі натуральні розв'язки рівняння $x^2 - xy + y^2 = 7$.

518. Обчислити $\left(\underbrace{999\dots 9}_{16}\right) : \left(\underbrace{999\dots 9}_{8}\right) - 1$

519. Знайти всі корені рівняння $x^{2017} + 2018^{2018} = x^{2018} + 2018^{2017}$. В шафі стоять книги. Якщо їх взяти по 4, по 5 або по 6, то кожного разу залишиться одна книга, а якщо взяти по 7 книг, то зайвих книг не залишиться. Яка кількість книг в шафі, якщо їх не більше 400.

520. Трава на луці росте густо та швидко. Відомо, що 70 корів з'їли її за 24 дні, а 30 корів – за 60 днів. Скільки корів з'їли її всю траву за 96 днів?

521. На іспиті вступнику пропонується завдання, яке складається з 20 задач. За кожну вірно розв'язану задачу йому ставлять 8 балів, а за кожну невірно розв'язану – мінус 5 балів. Вступник одержав в сумі 13 балів. Скільки задач він намагався розв'язувати?

522. Деяка комісія засідала 40 разів, кожного разу в засіданні брало участь 10 осіб, і будь-які двоє членів комісії засідали спільно не більше одного разу. Довести, що до складу комісії входить не менше 60 осіб.

523. На яке найбільше число натуральних доданків можна розкласти число 96 так, щоб всі доданки були більше 1 і попарно взаємно простими?

524.2. 3. При виданні книги знадобилося 2 775 цифр для того, щоб пронумерувати сторінки. Скільки сторінок у книзі?

525. Мишко, Віталік та Олег вирішили купити одну книжку. Мишкові не вистачило на покупку книжки 15 грн, Віталікові – 37 грн, а Олегові – 26 грн. Склавши гроші, хлопці виявили, що отриманої суми знов не вистачає на покупку книжки. Скільки коштує книжка, якщо її вартість виражається цілим числом гривень? Скільки відсотків становлять гроші Олега від грошей Мишка і Віталіка разом?

526. На відстані 64 м від себе Ахіллес помітив черепаху, яка відповзала, і став її наздоганяти. Коли відстань між ними скоротилася до 8 м, Ахіллес усвідомив свою перевагу і припинив погоню. Швидкість Ахіллеса в 15 разів більша за швидкість черепахи, рухалися вони по одній прямій. Який шлях пододала черепаха за час погоні? Який шлях подолав Ахіллес за час погоні?

527. Мені зараз вдвічі більше років, ніж було Вам тоді, коли мені було стільки ж років, скільки Вам зараз. Нам обом разом 70 років. Скільки мені років?

528. У Змія Горинича 1000 голів. Богатир може відтяти за один раз 33, 21, 17 або 1 голову, але негайно відростають відповідно 40, 0, 14 або 10 голів. Якщо ж відтяти всі голови, то нові голови вже не виростуть. Чи може богатир перемогти Змія Горинича?

529. Було 6 аркушів паперу. Деякі з них розрізали на 6 частин, потім деякі нову розрізали на 6 частин. Коли, підраховали загальну кількість аркушів, то виявилось, що їх було 1984. Довести, що підрахунок виконано неправильно.

530. У пакеті 9 кг крупів. За допомогою терезів з гирями 50 г і 200 г треба розкласти ці крупи у два пакети: в один – 2 кг, в другий – 7кг. Спробуй це зробити за три зважування.

531. У садку діда Панаса ростуть груші та яблуні таким чином, що для кожної яблуні знайдуться деякі дві груші на відстані рівно 10 м від неї. Чи може яблунь у садку бути більше, ніж груш?

532. Учні надіслали завдання, яке містить 20 задач. За кожну правильно розв'язану задачу йому нараховується 8 балів, за кожну неправильно розв'язану – віднімають 5 балів, за задачу, яку він не брався розв'язувати, -

0 балів. Учень одержав у сумі 13 балів. Скільки задач він брався розв'язувати?

533. На столі білою стороною догори лежали 100 карток, у кожної з яких одна сторона біла, а інша чорна. Михайло перевернув 50 карток, потім Ваня перевернув 60 карток, а після цього Петро - 70 карток. Виявилося, що в результаті всі 100 карток лежать чорною стороною вгору. Скільки карток було перевернуто тричі?

534. За круглим столом сидить 31 людина – лицарі, які завжди кажуть правду та брехуни, які завжди кажуть неправду. Кожного з присутніх запитали про його двох сусідів – ліворуч і праворуч – «Скільки серед його сусідів брехунів?». Кожна людина дала однакову відповідь. Скільки щонайменше серед сидячих за столом може бути лицарів, якщо відомо, що за столом принаймні є один лицар та брехун?

535.2. У ящику лежать 111 кульок червоного, синього, зеленого і білого кольорів. Якщо, не заглядаючи в ящик, витягти 100 кульок, то серед них обов'язково знайдуться 4 кульки різних кольорів. Яке найменше число кульок потрібно витягнути, не заглядаючи в ящик, щоб серед них обов'язково знайшлися 3 кульки різних кольорів?

536. Джерела на дні озера б'ють зі сталою потужністю. Стадо із 12 слонів випиває озеро за 4 хв, а стадо з 9 слонів – за 6 хв. Одного дня до озера підійшли 6 слонів. За скільки хвилин вони вип'ють всю воду з озера, якщо її об'єм на початку кожного водопою завжди однаковий?

537. Підряд виписано 2017 чисел. Кожне з них, крім першого та останнього, дорівнює сумі двох сусідніх з ним чисел. Чому дорівнює сума всіх чисел, якщо останнє число 2018?

538.Ціна товару в 100 000 грн після дворазового підвищення на одну й ту саму кількість процентів стала 125 440 грн. Визначити, на скільки процентів підвищувалась ціна товару щоразу.

539.До задуманого натурального числа дописали праворуч цифру 9 і від утвореного нового числа відняли квадрат задуманого числа. Після цього отриману різницю зменшили на 90%, а потім від результату відняли задумане число. У підсумку отримали число 0 (нуль). Знайдіть число, яке було задумане спочатку.

540.На математичній олімпіаді учасникам було запропоновано 10 задач. За кожну правильно розв'язану задачу нараховували 5 балів, а за кожну нерозв'язану чи розв'язану невірно – знімали 3 бали. Один учасник отримав 34 бали. Скільки задач він розв'язав правильно?

541.У класі 28 учнів. Середній зріст усіх учнів класу дорівнює 150 см. Середній зріст усіх хлопчиків класу дорівнює 155 см, середній зріст усіх дівчаток класу дорівнює 148 см. З'ясуйте, скільки дівчаток у цьому класу?

542.. Автобусні білети мають шестицифрові номери від 000000 до 999999. Білет називається щасливим, якщо у нього сума перших трьох цифр дорівнює сумі останніх трьох. Назвемо білет суперщасливим, якщо він щасливий та серед його цифр є чотири цифри 7, які йдуть поспіль (7777). Скільки усього існує суперщасливих номерів білетів серед усіх можливих?

543.2. Учора число студентів, присутніх у групі, було у 8 разів більше числа відсутніх. Сьогодні не прийшли ще два студенти і виявилось, що кількість відсутніх складає 20% від числа присутніх у групі. Скільки всього студентів у групі?

544.3. У двоцифровому числі цифра десятків утричі більша, ніж цифра одиниць. Якщо від цього числа відняти число, записане цими ж цифрами, але у зворотному порядку, то отримаємо 36. Знайти це число.

545. Три хлопці – Іван, Михайло та Сашко – кращі фізкультурники 10-го класу. Один займається плаванням, другий – волейболом, а третій – футболом. У повідомленні «Іван займається плаванням, Михайло – не плаванням, а Сашко – не волейболом» одна частина правильна, а дві інші – ні. Яким видом спорту займається кожний хлопець

546. Два туристи Р і М одночасно відправилися із пункту А в пункт В. Турист Р пішов пішки, а турист М вирушив на мотоциклі з водієм N. Проїхавши частину шляху, М далі продовжив йти пішки, а водій N повернувся назад, взяв туриста Р і два туристи (М- пішки, Р- на мотоциклі) прибули одночасно в пункт В. Відстань між пунктами А і В дорівнює S кілометрів. Швидкості пішоходів рівні v_1 км/год, швидкість мотоцикла - v_2 км/год. Знайдіть час, який витратили туристи протягом руху.

547. Населення країни щорічно збільшується на $\frac{1}{80}$. Через скільки років населення країни подвоїться?

548.. Знайти чотирицифрове число за такими умовами: 1) сума квадратів крайніх цифр дорівнює 13; 2) сума квадратів середніх цифр дорівнює 85; 3) якщо від шуканого числа відняти 1089, то отримаємо число, записане такими ж цифрами, що і шукане, але у зворотному порядку.

549.2. До задуманого цілого додатного числа дописали справа цифру 7 і від утвореного нового числа відняли квадрат задуманого числа. Різницю зменшили на 75% цієї різниці і ще відняли задумане число. В результаті отримали нуль. Знайдіть задумане число.

550. Шість шахістів А, Б, В, Г, Д, Є зіграли в турнірі кожний з кожним по одній партії. А звів усі партії внічию, Б не програв жодної партії, В виграв у переможця турніру і зіграв унічию з Д, Г випередив Д, але відстав від Є. Хто скільки очок набрав і яке місце зайняв?

551.Всередину квадрата зі стороною 10 см «кинуто» 101 точку (жодні три не лежать на одній прямій). Довести, що серед цих точок є три, які утворюють трикутник, площа якого не перевищує 1 см^2 .

552.2. На дні озера б'ють з постійною швидкістю джерела. Стадо з 25 слонів випиває озеро за 3 дні, а стадо з 11 слонів – за 7 днів. На скільки вистачить цього озера одному слонові.

553.Студенти різних факультетів університету організували естрадний квартет. Михайло у ньому грає на саксофоні. Піаніст вчиться на фізичному факультеті. Ім'я ударника не Валерій, а у студента географічного факультету ім'я не Леонід. Михайло вчиться не на історичному факультеті. Андрій не піаніст і не біолог. Валерій вчиться не на фізичному факультеті, а ударник не на історичному. Леонід грає не на контрабасі. На якому інструменті грає Валерій і на якому факультеті він вчиться?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1.ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ: розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики — 2009 / О.А. Кадубовський, Б.Б. Беседін, Г.О. Ганзера, В.С. Сьомкін, Н.І. Труш, О.В. Чуйко // Випуск 5, СЕРІЯ: Викладачі СДПУ — учням, студентам, вчителям: Навчальний посібник. — Слов'янськ, 2010. — 44 с.

2. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ: розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики — 2010 / Б.Б. Беседін, О.А. Кадубовський, В.М. Кадубовська, В.С. Сьомкін, Н.І. Труш, О.В. Чуйко // Випуск 8, СЕРІЯ: Викладачі СДПУ — учням, студентам, вчителям: Навчальний посібник. — Слов'янськ, 2011. — 80 с.

3. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ: розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики — 2011 / Б.Б. Беседін, О.А. Кадубовський, В.М.

Кадубовська, В.С. Сьомкін, Н.І. Труш, О.В. Чуйко, М.М. Рубан // Випуск 10, СЕРІЯ: Викладачі СД-ПУ — учням, студентам, вчителям: Навчальний посібник. — Слов'янськ, 2012. — 84 с.

4. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ: Розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики — 2012 / Б.Б. Беседін, О.А. Кадубовський, М.М. Рубан, В.С. Сьомкін, Н.І. Труш, О.В. Чуйко // Випуск 11, СЕРІЯ: Викладачі ДДП — учням, студентам, вчителям: Навчальний посібник. — Слов'янськ, 2013. — 64 с.

5. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ: розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики — 2014 / О.А. Кадубовський, Б.Б. Беседін, В.С. Сьомкін, Н.І. Труш, О.В. Чуйко. — Слов'янськ : видавничий центр «Маторін», 2015. — 64 с. — (Викладачі ДДПУ — учням, студентам, вчителям, вип. 13).

6. ОЛІМПІАДНІ ЗАДАЧІ: розв'язання задач II етапу Всеукраїнської олімпіади з математики — 2015 / О.А. Кадубовський, Б.Б. Беседін, О.В. Чуйко, С.І. Воробйова. — Слов'янськ : видавничий центр «Маторін», 2016. — 100 с. — (Викладачі ДДПУ — учням, студентам, вчителям, вип. 14).

Internet ресурси

1. Київські олімпіади з математики (сайт київських та всеукраїнських олімпіад татурнірів з математики, де можна знайти тексти завдань, результати та умови проведення математичних змагань, що проходили в Україні протягом останніх років)

[Електронний ресурс]. — Режим доступа: <http://matholymp.org.ua/>