

**Міністерство освіти і науки України
Національний університет „Львівська політехніка”**

**В. І. ОБОРЖИЦЬКИЙ
ТЕХНІЧНА ЕЛЕКТРОДИНАМІКА
ТА ПРИСТРОЇ НАДВИСОКИХ ЧАСТОТ**

**Конспект лекцій для студентів, які навчаються
за напрямком „Електронні апарати”**

Львів-2002

Література

1. А.М. Чернушенко, В.В. Петров, Л.Г. Малорацкий и др. под ред. А.М. Чернушенко. Конструирование экранов и СВЧ-устройств. –М.: Радио и связь, 1990. – 352с
2. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. –М.: Связь. 1971. – 487с
3. Баскаков С.И. Основы электродинамики. – М.: Сов. радио. 1973.
4. Федоров Н.Н. Основы электродинамики. – М.: Высшая школа 1980.
5. Захарія Й.І. Основи електродинаміки і поширення радіохвиль, 1996. – 312с
6. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. –М. Высшая школа 1988р. – 431с
7. Сазонов Д.М., Гридин А.Н., Мишустин Б.А. Устройства СВЧ. – М. Высшая школа. 1981р. – 295с
8. Бова Г.Т., Резников Г.Б. Антенны и устройства СВЧ. – К. Вища школа 1983. – 288с
9. Прудис Н.Н. Основы антенної техніки. – Львів: Видавн. Держ. університету „Львівська політехніка”, 2000. – 224с

Основні відомості з історії розвитку техніки НВЧ

1) Вивчення електромагнітного поля:

18ст. – роботи французького фізика Шарля Кулона про електричні та магнітні взаємодії (принцип „миттєвої дальності”);

1819р. – відкриття датським фізиком Хансом Ерстедом впливу струму на магнітну стрілку;

1820р. – відкриття французьким математиком Андре Ампером впливу струму на струм (зв'язок між електричними та магнітними явищами);

1831р. – відкриття англійським фізиком Майклом Фарадеєм явища електромагнітної індукції (ідея реальності електромагнітного поля, принцип „близькодії”);

1873р. – надруковано роботу англійського фізика Джеймса Максвела „Трактат про електрику та магнетизм”, з якій викладено основні закони електромагнітного поля;

1888р. – експериментальне підтвердження німецьким фізиком Генріхом Герцем можливості існування електромагнітного поля;

1895р. – перший радіозв'язок, встановлений О.С. Поповим, запатентований Г. Марконі в 1896р.

2) Розвиток техніки НВЧ:

1933р. – перший патент на хвилевід (Саусворд)

1939р. – розроблено перші напрямлені відгалужувачі (Пістелькорс, Нельман), колову діаграму (Сміт, Вольперт);

1960-70 роки – розвиток теорії та впровадження смужкової техніки НВЧ;

1980-90 роки – розвиток монолітної інтегральної техніки НВЧ.

Елементи векторного аналізу

При розрахунках використовують різні системи координат:

- а) Декартову (x, y, z) ;
- б) Циліндричну (r, φ, z) ;
- в) Сферичну (r, θ, z) .

При цьому використовуються поняття:

а) Одиничного вектора $(\bar{1}_n)$ – вектор одиничної розмірності в заданому напрямку;

б) Орти $(\bar{i}, \bar{j}, \bar{k})$ – одиничні вектори, що мають напрямки паралельні до осей системи координат в Декартові системі координат.

Дії над векторами:

а) Скалярний добуток векторів:

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = |\bar{A}| \cdot |\bar{B}| \cos \varphi_{AB} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z;$$

б) Векторний добуток векторів:

$$\bar{A} \times \bar{B} = [\bar{A} \times \bar{B}] = \bar{1}_n \cdot A \cdot B \cdot \sin \varphi = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}.$$

Просторові похідні:

а) $grad \bar{r}$: $\varphi = \frac{d\varphi}{dr}$ – градієнт;

$$grad \varphi = \bar{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

б) $div \bar{A}$: $\frac{1}{S} \bar{A} d\bar{S}$ – потік вектора через поверхню S ;

$$d\bar{S} = \bar{1}_n dS$$

$$div \bar{A} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint_S \bar{A} d\bar{S}}{\Delta V} \text{ – потік вектора з точки простору;}$$

$$div A = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}.$$

Якщо $div \bar{A} = 0$, то немає джерел і поле векторної функції соленоїдальне.

в) $rot \bar{A}$: $\int_{\ell} \bar{A} d\bar{\ell}$ – циркуляція вектора по контуру ℓ .

$$d\bar{\ell} = \bar{1}_{\ell} d\ell \text{ – дотична до контура}$$

$$rot \bar{A} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint_{\ell} \bar{A} d\bar{\ell}}{\Delta S} \cdot \bar{1}_n$$

$$rot \bar{A} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

Якщо $rot \bar{A} = 0$ – поле безвихрове потенціальне.

г) Оператор Набла: ∇

$$\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}$$

Для скаляра: $\nabla \varphi = grad \varphi$

Для вектора: $\nabla \bar{A} = div \bar{A}$ (скалярний добуток)

$\nabla \bar{A} = rot \bar{A}$ (векторний добуток)

д) Лапласіан: $\nabla^2 = \Delta$

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

е) Теорема Остроградського-Гауса:

$$\oint_S \bar{A} d\bar{S} = \int_V div \bar{A} dV$$

є) Формула Стокса:

$$\oint_{\ell} \bar{A} d\bar{\ell} = \int_S rot \bar{A} d\bar{S}$$

Особливості діапазону НВЧ

Якщо електромагнітна хвиля розповсюджується у вільному просторі (вакуумі), то справджується рівність:

$$\lambda = \frac{c}{f}, \text{ де } c - \text{швидкість розповсюдження світла у вакуумі.}$$

Якщо ж простір не є вакуумом, то формула перетворюється в:

$$\lambda = \frac{v}{f}, \text{ де } v - \text{швидкість розповсюдження хвилі у даному просторі.}$$

За довжинами хвиль вони поділяються на (див. таблицю):

Поділ хвиль по їх довжинам:

Назва	Позначення	Довжина хвилі
Метрові	МХ	>1м
Дециметрові	ДМХ	1-10дм
Сантиметрові	СМХ	1-10см
Міліметрові	ММХ	1-10мм
Субміліметрові	СубММХ	<1мм

В широкому розумінні під діапазоном НВЧ розуміють хвилі довжиною $\leq 10\text{м}$. В вузькому – хвилі з довжиною $\leq \text{ДМХ}$.

Особливості НВЧ-коливань:

а) співрозмірність з розмірами елементів, вузлів, з яких складається пристрій. Це призводить до відставання за фазою при поширенні сигналу, що вимагає вивчення структури поля в пристрої. Завдяки цьому виникають інші особливості:

б) В діапазоні НВЧ період коливань співрозмірний з часом руху заряджених частинок в міжелектродному просторі, тому діапазон НВЧ вимагає розробки специфічних пристроїв.

в) В діапазоні НВЧ спостерігається явище резонансної енергетичної взаємодії, оскільки квант енергії електромагнітного поля співрозмірний з різницею енергетичних рівнів в атомі, то це призводить до того, що під впливом електромагнітного поля електрони можуть перейти з рівня на рівень, що призводить до змін властивостей речовини.

г) Хвилі НВЧ-діапазону можуть поширюватись через іонізовані шари атмосфери, що забезпечують космічний зв'язок. В залежності від частоти існує так звані вікна прозорості атмосфери.

д) В діапазоні НВЧ забезпечується можливість багатоканального зв'язку.

Електромагнітне поле та його характеристики

Електромагнітне поле – особливий вид матерії, для якого характерно:

а) неперервний розподіл в просторі (хвилі);

б) дискретність структури (фотони);

в) швидкість поширення в вільному просторі $3 \cdot 10^8$ м/с;

г) проявлення силової дії на заряджені частинки, яка залежить від швидкості руху останньої.

Для опису електромагнітного поля використовується система векторів. В векторних полях застосовується поняття лінія поля, або силова лінія – в кожній точці якої вектор напрямлений по дотичній до неї.

Поле описується такими векторами:

а) Вектор напруженості електричного поля ($\vec{E}$) – сила з якою електромагнітне поле діє на одиничний нерухомий заряд в даній точці поля [В/м].

$$\vec{F}_e = q\vec{E}, \text{ де } \vec{F}_e - \text{ електричне поле.}$$

б) Вектор магнітної індукції ($\vec{B}$) – сила, з якою електромагнітне поле діє на одиничний додатний заряд, що рухається з одиничною швидкістю в напрямку, перпендикулярному до ліній магнітного поля [$\text{Тл/м}^2 = \text{В} \cdot \text{с/м}^2$].

$$\vec{F}_h = q[\vec{v} \times \vec{B}], \text{ де } \vec{F}_h - \text{ магнітне поле.}$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}])$$

Для характеристики дії поля у довільному середовищі використовують ще додаткові вектори.

в) Вектор електричного зміщення (індукції) – $\vec{D} = [\text{К/м}^2]$. Для вакууму $\vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}$, де $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}$ [Ф/м] – електрична стала.

Для заповненого середовища:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}_e, \text{ де } \vec{P}_e - \text{ вектор електричної індукції.}$$

Для лінійних середовищ (де відсутня залежність властивостей середовища від напруженості поля) справедливе рівняння:

$$\vec{D} = \epsilon_a \vec{E}, \text{ де } \epsilon_a - \text{ абсолютна діелектрична проникливість середовища.}$$

$\varepsilon_a = \varepsilon \varepsilon_0$, звідки $\varepsilon = \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_0}$ – відносна діелектрична проникливість середовища,

безрозмірна величина, довідковий параметр.

Для вакууму $\varepsilon = 1$; для повітря $\varepsilon \approx 1$.

г) Вектор напруженості магнітного поля – $\vec{H}$ [А/м]. Для вакууму $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [Гн/м] – магнітна стала.

Враховуючи намагнічення середовища:

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{P}_h$, де $\vec{P}_h$ – вектор магнітної поляризації.

Для лінійних середовищ:

$\vec{B} = \mu_a \vec{H}$, де μ_a – абсолютна магнітна проникливість середовища.

$\mu_a = \mu_0 \mu$, звідки $\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}$ – відносна магнітна проникливість середовища

безрозмірна величина, довідковий параметр.

Електромагнітне поле може проявляти себе двояко: з точки зору магнітної та електричної компоненти. Досить часто для опису електромагнітного поля використовуються додаткові функції:

д) $\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{q}{\Delta V}$ [К/м³] – об'ємна густина заряду, де q – заряд, що міститься в об'ємі $q = \int_V \rho dV$.

е) $\vec{J}$ – вектор густини струму:

$\vec{J} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta I}{\Delta S} \cdot \vec{1}_i$ [А/м²], звідки $I = \int_S \vec{J} dS$ – потік вектора густини струму.

Типи та параметри середовищ

Дія електромагнітного поля в середовищі характеризується трьома матеріальними рівняннями:

$$\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E};$$

$$\vec{B} = \mu_a \vec{H};$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}, \text{ де } \sigma \text{ – питома електропровідність середовища.}$$

Система трьох рівнянь σ , μ , ε – дає нам характеристики середовища.

Класифікація середовищ:

а) Середовище однорідне – таке, властивості якого в кожній точці однакові.

Середовище неоднорідне – таке, властивості якого є функцією координат.

б) Середовище лінійне – таке, властивості якого не залежать від напруженості поля.

в) Середовище нелінійне – таке, властивості якого залежать від значення напруженості поля.

г) Середовище ізотропне – таке, властивості якого не залежать від напрямку дії векторів поля.

д) Середовище анізотропне – таке, властивості якого залежать від напрямку дії векторів.

е) Середовище феромагнітне – таке, в якому $\mu \gg 1$ – при намагнічуванні ззовні.

є) Середовище парамагнітне – таке, в якому $\mu > 1$ – внутрішнє магнітне поле невелике, і співпадає з зовнішнім намагнічуючим полем.

ж) Середовище діамагнітне – таке, в якому $\mu < 1$ – при намагнічуванні внутрішнє магнітне поле проти напрямлене зовнішньому (компенсує).

Більшість середовищ мають $\varepsilon > 1$ але є система, де ε може змінюватися (іонізовані гази).

Середовище провідне – σ велика ($\approx 10^7$ См/м);

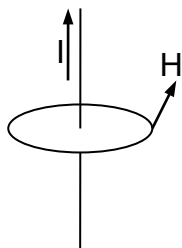
Середовище діелектричне – σ – маленька ($\approx 10^{-12}$ См/м);

Середовище напівпровідне – в залежності від частоти веде себе як провідне чи діелектричне.

Основні рівняння електромагнітного поля

Інтегральна форма рівнянь Максвелла (1873).

а) В основі першого рівняння Максвелла лежить закон повного струму (Ампера):



$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = I$$

Максвелл додав ще струм зміщення:

$$I_{\text{повн.}} = I + I_{\text{змiщ.}}$$

$$\text{Густина: } \vec{I}_{\text{змiщ.}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Для вакууму під струмом зміщення розуміють змінне в

$$\text{часі електричне поле } \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = I_{\text{змiщ.}}.$$

Отже:

$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = I + I_{\text{змiщ.}} = \int_S \vec{J} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S};$$

$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = \int_S \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} - \text{причиною магнітного поля є струм.}$$

б) В основу другого рівняння Максвелла лежить закон електромагнітної індукції, відкритий Фарадеєм (1831).

$$EPC = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (EPC \text{ в замкнутому контурі визначається швидкістю}$$

зміни магнітного потоку через контур). Знак „–” вказує, що струм, який виникає під дією EPC збуджує вторинне гальмує магнітне поле:

$$EPC = \oint_{\ell} \vec{E} d\vec{\ell}; \quad \Phi = \int \vec{B} d\vec{S}.$$

Отже:

$$\oint_{\ell} \vec{E} d\vec{\ell} = - \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} - \text{змінне магнітне поле породжує електричне.}$$

Іноді для розв'язку задач з магнітним полем використовують симетричну форму запису (вводять фіктивне поняття магнітного струму $\vec{I}_h$):

$$\oint_{\ell} \vec{E} d\vec{\ell} = - \int_S \left(\vec{J}_h + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) d\vec{S}.$$

в) В основі третього рівняння Максвела лежить рівняння Гауса:

$$\text{Оскільки } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_a} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \vec{1}_r, \text{ то } \int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_S \frac{1}{4\pi\epsilon_a} \cdot \frac{q}{r^2} d\vec{S}.$$

$$\text{Звідси: } \frac{1}{4\pi\epsilon_a} \cdot \frac{q}{r^2} \cdot \oint_S d\vec{S} = \vec{E}.$$

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q}{\epsilon_a}$$

Отже:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q = \int_V \rho dV - \text{по Гаусу це рівняння справедливе лише для}$$

сферичної поверхні та незмінного заряду. Максвел узагальнив його – це рівняння підходить і для змінних зарядів та для довільних поверхонь.

З цього рівняння випливає, що потік вектора електричної індукції через замкнуту поверхню визначається величиною заряду, обмеженого цією поверхнею.

Якщо $q > 0$, то потік додатній, якщо ж $q < 0$, то потік від'ємний. Якщо $q = 0$, то потік проходить без змін через таку поверхню.

г) при створенні четвертого рівняння Максвел виходив з того, що в природі магнітних зарядів не існує.

Отже,

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 - \text{підкреслює принцип неперервності ліній магнітного}$$

поля.

Всі рівняння в інтегральній формі зв'язують причини та наслідки поля в певному об'ємі.

Для опису поля в конкретній точці простору використовується диференціальна форма запису рівнянь Максвела.

Диференціальна форма запису рівнянь Максвела

а) За формулою Стокса:

$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = \int_S \text{rot} \vec{H} d\vec{S} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S}$$

Оскільки поверхня та є сама, то:

$rot \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$ – струм провідності і змінне електричне поле породжують вихор магнітного поля.

б)
$$\oint_{\ell} \bar{E} d\bar{\ell} = \int_S rot \bar{E} d\bar{S} = - \int_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} d\bar{S}$$

$$rot \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$
 – вихор електричного поля породжується змінним магнітним полем.

в) За теоремою Остроградського-Гауса:

$$\oint_S \bar{D} d\bar{S} = \int_V div \bar{D} dV = \int_V \rho dV$$

Оскільки об'єми ті ж самі, то:

$$div \bar{D} = \rho$$
 – заряди є джерелом електричного поля.

г) Для четвертого рівняння: $div(rot \bar{E}) = div \left(- \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right) = - \frac{\partial}{\partial t} div \bar{B}$, отже $div \bar{B} = const$, оскільки магнітних зарядів не існує, то $div \bar{B} = 0$, – магнітне поле не має витоків (джерел).

Види електромагнітних полів

1) статичні – поля в просторі без струмів, незмінні в часі.

а) електростатичне поле, створене рухомими зарядами:

$$rot \bar{E} = 0;$$

$$div \bar{D} = \rho.$$

б) магнітостатичне поле, створене постійним струмом, але в області, де струм відсутній, а також поле постійних магнітів:

$$rot \bar{H} = 0;$$

$$rot \bar{B} = 0.$$

2) Стаціонарне поле – поле зарядів, що рухаються рівномірно:

$$rot \bar{H} = \bar{J};$$

$$div \bar{B} = 0.$$

3) Квазістаціонарне поле – поле змінних струмів, що змінюються дуже повільно:

$$\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \ll \bar{J}, \text{ тоді:}$$

$$rot \bar{H} \approx \bar{J}, \text{ решта рівнянь без змін.}$$

4) Нестационарне поле – поле швидкозмінних струмів. В цьому випадку використовується повна система рівнянь Максвелла без змін.

Рівняння електродинаміки для гармонічних коливань

Вважаючи, що електромагнітне поле збуджується джерелами з гармонічним законом зміни, маємо:

Вектор густини струму: $\bar{J} = \bar{J}_m \cos(\omega t + \varphi_J)$; $e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$

$$\bar{J} = \text{Re}(J_m e^{j(\omega t + \varphi_J)}) = \text{Re}(e^{j\omega t} e^{j\varphi_J} J_m).$$

Введемо позначення:

$\dot{\vec{J}} = \overline{J}_m e^{j\varphi_J}$ – комплексна амплітуда вектора густини струму.

Тоді: $\overline{J} = \text{Re}(\dot{\vec{J}} e^{j\omega t})$.

Для векторів поля:

$$\overline{B} = \text{Re}(\dot{\vec{B}} e^{j\omega t});$$

$$\frac{\partial \overline{D}}{\partial t} = \frac{\partial (\text{Re}(\dot{\vec{D}} e^{j\omega t}))}{\partial t} = j\omega \text{Re}(\dot{\vec{D}} e^{j\omega t}).$$

Підставляючи отримані вирази в рівняння Максвелла, маємо:

$$\text{a) } \text{rot} \overline{H} = \overline{J} + \frac{\partial \overline{D}}{\partial t};$$

$$\text{rot}[\text{Re}(\dot{\vec{H}} e^{j\omega t})] = \text{Re}(\dot{\vec{J}} e^{j\omega t}) + \text{Re}(j\omega \dot{\vec{D}} e^{j\omega t})$$

Перше припущення: замінимо рівність дійсних частин комплексного числа рівністю комплексних чисел;

Скорочуємо $e^{j\omega t}$:

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = \dot{J} + j\omega \dot{\vec{D}} = \sigma \dot{\vec{E}} + j\omega \varepsilon_a \dot{\vec{E}} = j\omega (\varepsilon_a - j \frac{\sigma}{\omega}) \dot{\vec{E}}$$

Введемо позначення: $\dot{\varepsilon}_a = \varepsilon_a - j \frac{\sigma}{\omega}$ – комплексна діелектрична проникливість середовища. Остаточно:

$$\text{rot} \dot{\vec{H}} = j\omega \dot{\varepsilon}_a \dot{\vec{E}} \text{ – перше рівняння Максвелла в комплексній формі.}$$

$$\text{б) } \text{rot} \dot{\vec{E}} = -\frac{\partial \overline{B}}{\partial t};$$

$$\text{rot}[\text{Re}(\dot{\vec{E}} e^{j\omega t})] = -\text{Re}(j\omega \dot{\vec{B}} e^{j\omega t})$$

Аналогічно (а):

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = -j\omega \dot{\vec{B}} = -j\omega \mu_a \dot{\vec{H}}.$$

В магнітних середовищах спостерігається інерційність процесів намагнічування, що приводить до фазової затримки сигналів; щоб описати таку затримку, вводиться поняття магнітної проникливості середовища:

$$\dot{\mu}_a = \mu_a' + j\mu_a''.$$

В цьому випадку друге рівняння Максвелла буде таким:

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = -j\omega \dot{\mu}_a \dot{\vec{H}}.$$

$$\text{в) } \text{div} \overline{D} = \rho;$$

$$\text{div}[\text{Re}(\dot{\vec{D}} e^{j\omega t})] = \text{Re}(\dot{\rho} e^{j\omega t}).$$

Аналогічно:

$$\text{div} \dot{\vec{D}} = \dot{\rho}$$

$$\text{г) } \text{div} \overline{B} = 0;$$

$$\text{div}(\text{rot} \dot{\vec{E}}) = \text{div}(-j\omega \mu_a \dot{\vec{H}}) = \text{div}(-j\omega \dot{\vec{B}})$$

Отже:

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

При гармонічній зміні векторів поля, рівняння для них приймають спрощену форму запису.

Граничні умови для векторів поля

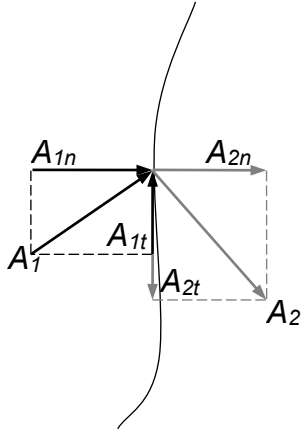
Під граничними умовами розуміють вирази, рівняння, які описують поведінку поля на границі розділу двох середовищ.

Для опису поведінки векторів на границі використовується розклад вектора на дві складові:

а) нормальну (перпендикулярно до границі розділу середовищ);

б) тангенційну (дотичну до границі розділу середовищ).

Після розкладу вивчимо окремо зміну нормальної та тангенційної складових при переході через границю.

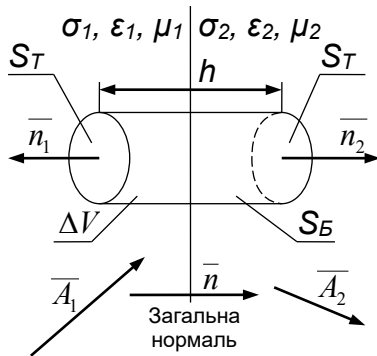


1) Граничні умови для нормальних складових векторів поля:

Виділяємо елементарний об'єм ΔV у вигляді циліндра.

S_T – площа торця;

S_B – площа бічної поверхні.



Шукаємо потік вектора $\vec{A}$ через поверхню циліндра:

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \int_{S_T} \vec{A}_1 d\vec{S} + \int_{S_T} \vec{A}_2 d\vec{S} + \int_{S_B} \vec{A} d\vec{S};$$

$$\int_{S_T} \vec{A}_i d\vec{S} = \vec{A}_i S_T = \vec{A}_i S_T \vec{n}_i.$$

$$\oint_S \vec{A} d\vec{S} = \vec{A}_1 \vec{n}_1 S_T + \vec{A}_2 \vec{n}_2 S_T + \int_{S_B} \vec{A} d\vec{S} = A_{1n_1} S_T + A_{2n_2} S_T + \int_{S_B} \vec{A} d\vec{S}.$$

Зменшуємо h (і зменшуємо ΔV):

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_S \vec{A} d\vec{S} = A_{1n_1} S_T + A_{2n_2} S_T + 0 = -A_{1n} S_T + A_{2n} S_T + 0 = (A_{2n} - A_{1n}) S_T.$$

1) Магнітне поле: $\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$. На границі для магнітного поля:

$$(B_{2n} - B_{1n}) S_T = 0 \Rightarrow B_{2n} - B_{1n} = 0 \Rightarrow B_{1n} = B_{2n}.$$

Отже, при переході через границю нормальна складова вектора магнітної індукції не змінюється.

$$\mu_{a1} H_{1n} = \mu_{a2} H_{2n}, \text{ тоді:}$$

$$H_{1n} = \frac{\mu_{a2}}{\mu_{a1}} H_{2n}, \text{ а для нормальної складової } \vec{H} \text{ змінюється стрибком.}$$

2) Електричне поле: $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q$. На границі для електричного поля:

$$H(D_{2n} - D_{1n})S_T = q \rightarrow D_{2n} - D_{1n} = \frac{q}{S_T}, \text{ тобто:}$$

Якщо на границі розділу немає зарядів, розподілених по поверхні, то при переході через таку границю, нормальна складова вектора електричної індукції не змінює свого значення ($D_{1n} = D_{2n}$).

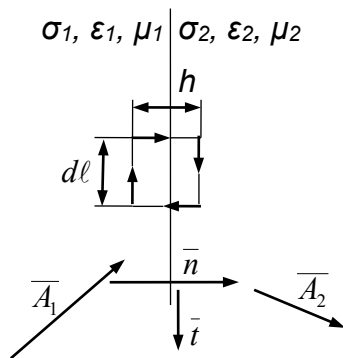
Якщо ж уявити, що на границі розділу розміщені заряди з певною поверхневою густиною $R = \frac{q}{S_T}$, то в цьому випадку нормальна складова вектора електричної індукції зміниться на величину R : $D_{2n} - D_{1n} = R$.

Нормальна складова вектора $\vec{E}$ завжди змінюється при переході через границю.

2) Граничні умови для дотичних складових векторів поля.

Виділяємо контур на границі розділу середовищ.

Знайдемо циркуляцію вектора $\vec{A}$ по цьому контуру:



$$\oint_{\ell} A d\ell = \int_{\ell} \vec{A}_1 d\vec{\ell} + \int_{\ell} \vec{A}_2 d\vec{\ell} + \int_{\ell} \vec{A} d\vec{\ell}, \text{ тоді:}$$

$$\oint_{\ell} A d\ell = -\vec{A}_1 d\ell \vec{1}t + \vec{A}_2 d\ell \vec{1}t + \int_{\ell} \vec{A} d\vec{\ell}.$$

Спрямовуємо h до нуля:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_{\ell} \vec{A}_0 d\ell = -\vec{A}_1 d\ell \vec{1}t + \vec{A}_2 d\ell \vec{1}t + 0 = -A_{1t} d\ell + A_{2t} d\ell.$$

$$\text{Отже, } \lim_{h \rightarrow 0} \oint_{\ell} \vec{A} d\vec{\ell} = (A_{2t} - A_{1t}) d\ell.$$

1) Магнітне поле:

$$\oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = \int_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) d\vec{S};$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_{\ell} \vec{H} d\vec{\ell} = (H_{2t} - H_{1t}) d\ell.$$

Права частина рівняння переходить в нуль, оскільки поверхня S стискається до нуля. Припустимо, що вздовж границі розділу на її поверхні, не займаючи об'єму, протікають поверхневі струми – абстракція, близька до практики. В цьому випадку рівняння приймає вигляд:

$$(H_{2t} - H_{1t}) d\ell = i_n.$$

Введемо поняття поверхневої густини струму:

$$\vec{k}_e = \lim_{\Delta \ell \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta \ell} \cdot \vec{1}i \quad (\Delta \ell \perp \vec{1}i), \text{ тоді:}$$

$$H_{2t} - H_{1t} = \frac{i_{nos}}{d\ell} = k_e.$$

Таким чином, дотичні складові $\vec{H}$ змінюються на величину густини поверхневого струму. Якщо поверхневі струми на границі відсутні, то дотичні складові $\vec{H}$ не змінюються: $H_{1t} = H_{2t}$.

2) Електричне поле:

$$\oint_{\ell} \bar{E} d\bar{\ell} = - \int_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} d\bar{S},$$

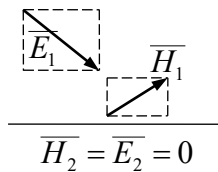
$$\lim_{h \rightarrow 0} \oint_{\ell} \bar{E} d\bar{\ell} = (E_{2t} - E_{1t}) d\ell = 0.$$

Отже: $E_{1t} = E_{2t}$.

Якщо припустити наявність магнітних струмів на поверхні, то при переході через границю дотичні складові $\bar{E}$ змінюються на величину поверхневої густини магнітного струму (див. симетричну форму рівнянь Максвелла).

Граничні умови на екрані

Під екраном розуміють середовище, в якому відсутнє електромагнітне поле. Розглянемо границю з таким екраном:



1) $\bar{E}$:

$$E_{n2} = E_{t2} = 0.$$

$$a) E_{t1} = E_{t2} \Rightarrow E_{t1} = 0$$

$$b) D_{n2} - D_{n1} = \begin{cases} 0 \\ R \end{cases} \text{ – Оскільки поле над екраном існує, то}$$

D_{n1} не може дорівнювати нулю, а отже, воно визначається поверхневою густиною заряду, що накопичується на границі з екраном. Вектор електричного поля направлений перпендикулярно до границі.

2) $\bar{H}$:

$$B_{n1} = B_{n2} = \mu_{a2} H_{n2} = 0; \quad B_{n1} = 0.$$

$$H_{2t} - H_{1t} = \begin{cases} 0 \\ k_e \end{cases}, \text{ тоді } H_{1t} \neq 0 \text{ – на границі з екраном магнітне поле має}$$

дотичну складову, що визначається густиною поверхневих струмів.

Тобто, в векторній формі: $\bar{n} \times \bar{H} = \bar{k}_e$.

Енергія електромагнітного поля

Введемо поняття сторонніх джерел електромагнітного поля. До них відносяться джерела струму, в пристроях, які перетворюють певний вид енергії в електромагнітну.

$$J_e = J + J_{cm} = \sigma \bar{E} + J_{cm}.$$

Запишемо рівняння балансу енергії електромагнітного поля, яке відповідає законам збереження енергії:

$$\begin{cases} \text{rot} \bar{H} = \bar{J}_e + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \text{rot} \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \end{cases} \cdot \bar{E} \quad \bar{H}$$

$$\bar{H} \text{rot} \bar{E} - \bar{E} \text{rot} \bar{H} = - \bar{H} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} - \bar{J}_e \bar{E} - \bar{E} \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = \text{div}[\bar{E} \times \bar{H}]$$

$$\frac{\partial \bar{H} \bar{B}}{\partial t} = \bar{H} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} + \bar{B} \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = \mu_a H \frac{\partial H}{\partial t} + \mu_a H \frac{\partial H}{\partial t} = 2 \bar{H} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \text{ тоді:}$$

$$\text{div}[\bar{E} \times \bar{H}] = - \frac{1}{2} \frac{\partial (\bar{H} \bar{B})}{\partial t} - \bar{J}_e \bar{E} - \frac{1}{2} \frac{\partial (\bar{E} \bar{D})}{\partial t}.$$

Візьмемо інтеграл, використовуючи теорему Остроградського-Гауса:

$$\int_V \operatorname{div}[\bar{E} \times \bar{H}] = \oint_S [\bar{E} \times \bar{H}] d\bar{S} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_V \left(\frac{\mu_a \bar{H}^2}{2} + \frac{\varepsilon_a \bar{E}^2}{2} \right) dV - \int_V \bar{J}_e \bar{E} dV.$$

а) Рівняння Пойтінга: $\int_V \bar{J}_e \bar{E} dV = \int_V (\bar{J} + \bar{J}_{cn}) \bar{E} dV = \int_V \bar{J} \bar{E} dV + \int_V \bar{J}_{cn} \bar{E} dV.$

$\int_V \bar{J} \bar{E} dV = \int_V \sigma \bar{E}^2 dV$ – потужність теплових втрат (за законом Джоуля-Ленца).

Отже,

$$\int_V \bar{J}_e \bar{E} dV = P_T - \text{потужність, яку віддає стороннє джерело в об'ємі } V.$$

Вона викликана струмами провідністю σ , що протікають в даному об'ємі.

б) Логічними міркуваннями приходимо до: $\int_V \bar{J}_{cn} \bar{E} dV = P_{CT}$ – потужність, яку віддає стороннє джерело в об'ємі V .

в) Нехай $\int_V \left(\frac{\mu_a \bar{H}^2}{2} + \frac{\varepsilon_a \bar{E}^2}{2} \right) dV = W$, тоді:

$\frac{\partial}{\partial t} W$ – потужність, що визначається швидкістю зміни енергії в об'ємі V .

Отже, W – енергія електромагнітного поля, зосереджена в об'ємі V .

Введемо позначення $\bar{\Pi} = \bar{E} \times \bar{H}$ – вектор Пойтінга. Він дає нам потужність – це вектор густини потоку енергії електромагнітного поля, і чисельно рівний енергії, що переноситься полем через одиничну поверхню, перпендикулярну до напрямку поширення, за одиницю часу. Така потужність називається потужністю випромінювання, тобто:

$$\int_S \bar{\Pi} d\bar{S} = P_\Sigma :$$

– якщо $P_\Sigma > 0$, то: P (потужність) виходить з даного об'єму;

– якщо $P_\Sigma < 0$, то: P (потужність) входить в даний об'єм.

Остаточно:

$$P_\Sigma + \frac{\partial W}{\partial t} + P_T + P_{CT} = 0 - \text{рівняння балансу енергії електромагнітного}$$

поля.

Для гармонічної зміни полів, вводять поняття комплексного вектора Пойтінга. Тоді:

$$\Pi = \frac{1}{2} [\bar{E} \times \bar{H}^*] = \frac{1}{2} [\bar{E} \times \dot{\bar{H}}], \quad (* - \text{означає комплексно спряжене}).$$

Активну потужність визначають:

$$\Pi_{\text{сеп}} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\bar{E} \times \bar{H}^*].$$

Енергія поля:

$$W = \int_V \left(\frac{\mu_0 H^2}{2} + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} \right) dV \rightarrow$$

а) $W_e = \int_V \left(\frac{\varepsilon_a E^2}{2} \right) dV$ – енергія електричного поля;

б) $W_h = \int_V \left(\frac{\mu_a H^2}{2} \right) dV$ – енергія магнітного поля.

Хвильові рівняння та їх розв'язок

Під хвильовими рівняннями розуміють диференціальні рівняння другого порядку в частинних похідних від векторів поля, розв'язок яких описує процес поширення цього поля.

а) Отже, відомо, що: $\text{rot } \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ (друге рівняння Максвелла).

Візьмемо rot від лівої та правої частин:

$$\text{rot}(\text{rot } \bar{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \bar{B};$$

оскільки $\text{rot}(\text{rot } \bar{E}) = \text{grad}(\text{div } \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E}$ і $-\frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \bar{B} = \mu_a \left(\bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right)$, а $\text{div } \bar{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_a}$,

маємо:

$$\text{grad}(\text{div } \bar{E}) - \nabla^2 \bar{E} = \mu_a \left(\bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \right), \text{ звідси:}$$

$$\nabla^2 \bar{E} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \mu_a \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} + \text{grad} \frac{\rho}{\varepsilon_a} \quad - \quad \text{перше хвильове рівняння}$$

Даламбера.

Отже: $\nabla^2 \bar{E} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = f_e(J, \rho)$.

б) Візьмемо перше рівняння Максвелла $\text{rot } \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$. Аналогічно:

$$\text{rot}(\text{rot } \bar{H}) = \text{rot } \bar{J} + \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \bar{D}.$$

Тоді: $\text{grad}(\text{div } \bar{H}) - \nabla^2 \bar{H} = \text{rot } \bar{J} + \frac{\partial}{\partial t} \left(-\varepsilon_a \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \right)$, звідси, оскільки $\text{grad}(\text{div } \bar{H}) = 0$

і $\bar{B} = \mu_a \bar{H}$, то:

$$0 - \nabla^2 \bar{H} = \text{rot } \bar{J} + \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2}. \text{ Звідси:}$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \bar{H} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = -\text{rot } \bar{J} \\ \nabla^2 \bar{E} - \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = \mu_a \frac{\partial \bar{J}}{\partial t} + \text{grad} \frac{\rho}{\varepsilon_a} \end{cases}.$$

Для гармонічних полів хвильові рівняння переходять в рівняння Гельмгольца. Використовується комплексна амплітуда:

$$\frac{\partial \dot{\bar{H}}}{\partial t} = j\omega \dot{\bar{H}}; \quad \frac{\partial^2 \dot{\bar{H}}}{\partial t^2} = (j\omega)^2 \dot{\bar{H}} = -\omega^2 \dot{\bar{H}}.$$

Тоді:

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{\vec{E}} + \omega^2 \dot{\mu}_a \dot{\varepsilon}_a \dot{\vec{E}} = \dot{f}_e(\dot{J}, \dot{\rho}) \\ \nabla^2 \dot{\vec{H}} + \omega^2 \dot{\mu}_a \dot{\varepsilon}_a \dot{\vec{H}} = \dot{f}_h(\dot{J}) \end{cases}$$

Якщо відсутня права частина, то таке рівняння називається однорідним. Ним користуються у випадку, коли джерела поля знаходяться поза досліджуваним об'ємом.

Для комплексної форми рівнянь Гельмгольца, вводять константу:

$$\dot{k} = \omega \sqrt{\dot{\mu}_a \dot{\varepsilon}_a} - \text{комплексне хвильове число.}$$

$$\begin{cases} \nabla^2 \dot{\vec{H}} + \dot{k}^2 \dot{\vec{H}} = 0 \\ \nabla^2 \dot{\vec{E}} + \dot{k}^2 \dot{\vec{E}} = 0 \end{cases},$$

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} \dot{\vec{E}} \\ \dot{\vec{H}} \end{pmatrix} + \dot{k}^2 \begin{pmatrix} \dot{\vec{E}} \\ \dot{\vec{H}} \end{pmatrix} = 0.$$

Розв'язок хвильових рівнянь шукається методом розділення змінних. Кожне з цих рівнянь розписується на три по проекціям векторів в просторі:

Візьмемо для прикладу проекцію $\dot{\vec{E}}_x$:

$$\frac{\partial^2 \dot{\vec{E}}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{\vec{E}}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \dot{\vec{E}}_x}{\partial z^2} + \dot{k}^2 \dot{\vec{E}}_x = 0.$$

Представимо $\dot{\vec{E}}_x$ функцією трьох змінних, які залежать лише від своєї координати:

$$\dot{\vec{E}}_x = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z.$$

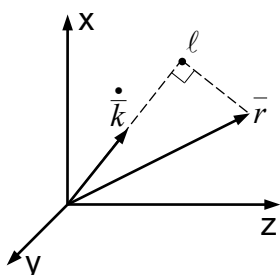
Тоді: $\varepsilon_y \varepsilon_z \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x^2} + \varepsilon_x \varepsilon_z \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial y^2} + \varepsilon_x \varepsilon_y \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial z^2} + \dot{k}^2 \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z = 0$. Ділимо на $\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z$:

$$\frac{1}{\varepsilon_x} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x^2} + \frac{1}{\varepsilon_y} \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial y^2} + \frac{1}{\varepsilon_z} \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial z^2} + \dot{k}^2 = 0;$$

$$\dot{k}^2 = \dot{k}_x^2 + \dot{k}_y^2 + \dot{k}_z^2.$$

Отже:

$$\begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_x} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial x^2} + \dot{k}_x^2 = 0 \\ \frac{1}{\varepsilon_y} \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial y^2} + \dot{k}_y^2 = 0 \\ \frac{1}{\varepsilon_z} \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial z^2} + \dot{k}_z^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_x = A e^{-j \dot{k}_x x} + B e^{j \dot{k}_x x} \\ \varepsilon_y = A e^{-j \dot{k}_y y} + B e^{j \dot{k}_y y} \\ \varepsilon_z = A e^{-j \dot{k}_z z} + B e^{j \dot{k}_z z} \end{cases}$$



$$\text{Звідси: } \dot{\vec{E}}_x = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z = E_{x_1} e^{-j \dot{\vec{k}} \vec{r}} + E_{x_2} e^{-j \dot{\vec{k}} \vec{r}}.$$

З вихідного рівняння також можна виділити, що:

$$\dot{\vec{k}} = \dot{k}_x \vec{i} + \dot{k}_y \vec{j} + \dot{k}_z \vec{k} - \text{хвильовий вектор;}$$

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z - \text{радіус-вектор до точки спостереження.}$$

Звідси: добуток $\bar{k} \cdot \bar{r}$ можна представити так:

$$\bar{k} \cdot \bar{r} = k \cdot \ell.$$

В результаті розв'язок хвильового рівняння матиме таку форму:

$$E_x = E_{x_1} e^{-jk\ell} + E_{x_2} e^{jk\ell}.$$

Розв'язок хвильового рівняння для кожної з проекцій описує поширення двох хвиль: прямої (падаючої) та зворотної (відбитої).

При певних умовах модуль E_{x_2} може дорівнювати нулю, і тоді зворотня хвиля буде відсутня.

Домножимо розв'язок на $e^{j\omega t}$:

$$\dot{E}_x(t) = E_{x_1} e^{j(\omega t - k\ell)}; \text{ відкидаємо уявну частину і маємо:}$$

$$E_x(t) = \text{Re}(E_{x_1} e^{-j(\omega t + k\ell)}) = E_{x_1} \cos(\omega t - k\ell).$$

Отже:

$$E_x(t) = E_{x_1} \cos(\omega t - k\ell).$$

Ті ж самі рівняння застосовуються і для проекцій $E_y(t)$, $E_z(t)$, $H_x(t)$, $H_y(t)$, $H_z(t)$.

Електромагнітні хвилі та їх характеристики

Основні характеристики хвильового процесу:

При змінних в часі джерелах, електромагнітне поле носить хвильовий характер і поширюється у вигляді хвилі.

Розглянемо хвильовий процес, який є гармонічним, тобто змінюється за законом косинуса або синуса: $f = f_0 \cos\left(\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)\right)$. В комплексній формі:

$$f = f_0 e^{j\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)} = f_0 e^{j(\omega t + \beta z)}, \text{ де } \beta = \frac{\omega}{v} - \text{фазова стала (коефіцієнт фази).}$$

Фаза процесу визначається $\omega\left(t - \frac{z}{v}\right)$.

$$\left(\omega t - \frac{\omega z}{v}\right) = \omega t - \beta z.$$

Параметри електромагнітних хвиль:

а) Період хвилі – T – час, за який фаза хвилі в даній точці простору зміниться на 2π .

$$\omega\left(t + T - \frac{z}{v}\right) - \omega\left(t - \frac{z}{v}\right) = 2\pi;$$
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}.$$

б) Довжина хвилі λ – відстань, яку проходить фазовий фронт хвилі за період.

$$\omega\left(t + T + \frac{z + \lambda}{v}\right) = \omega\left(t - \frac{z}{v}\right);$$

$$\lambda = Tv = \frac{2\pi}{\omega} v = \frac{2\pi}{\beta}.$$

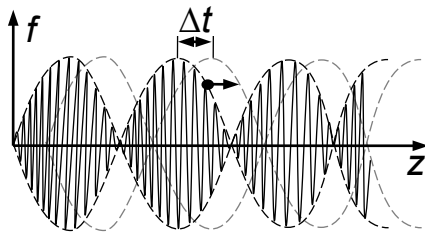
в) Швидкість поширення фазового фронту, фазова швидкість v_ϕ – математичне поняття, оскільки фронт – нематеріальний об'єкт.

г) Групова швидкість, v_{zp} – швидкість перенесення сигналу (інформації) за допомогою хвилі. В більшості випадків вона співпадає із швидкістю перенесення енергії хвилі.

Для того, щоб передати сигнал, необхідно мінімум дві гармоніки:

$$f_1 = f_0 e^{j[(\omega + \Delta\omega)t - (\beta + \Delta\beta)z]}$$

$$f_2 = f_0 e^{j[(\omega - \Delta\omega)t - (\beta - \Delta\beta)z]}$$



$$\text{Тоді: } f = f_1 + f_2 = f_0 e^{j(\omega t - \beta z)} \cdot 2 \cos(\Delta\omega t - \Delta\beta z);$$

$$t_1 \Delta\omega - z_1 \Delta\beta = t_2 \Delta\omega - z_2 \Delta\beta;$$

$$\frac{z_2 - z_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta};$$

$$v_{zp} = \frac{\Delta z}{\Delta t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta\beta};$$

$$\text{Отже: } v_{zp} = \frac{d\omega}{d\beta}.$$

д) Дисперсність хвилі:

$$\text{Оскільки: } v_{zp} = \frac{d\omega}{d\beta}; \quad \omega = v\beta; \quad v_{zp} = v + \frac{d\bar{v}}{d\beta}, \text{ то:}$$

$$v_{zp} = v + \frac{dv}{d\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)} = v + \frac{dv}{-\frac{2\pi}{2\pi\lambda^2} d\lambda} = v - \lambda^2 \cdot \frac{dv}{\lambda}.$$

Залежність фазової швидкості хвилі від її частоти називають дисперсією.

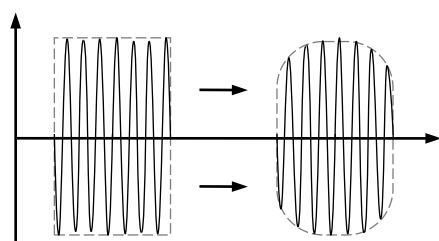
Розглянемо кілька можливих варіантів:

$$\frac{dv}{d\lambda} = 0 \quad - \quad v_{zp} = v \quad - \text{дисперсія відсутня};$$

$$\frac{dv}{d\lambda} > 0 \quad - \quad v_{zp} < v \quad - \text{нормальна дисперсія};$$

$$\frac{dv}{d\lambda} < 0 \quad - \quad v_{zp} > v \quad - \text{аномальна дисперсія}.$$

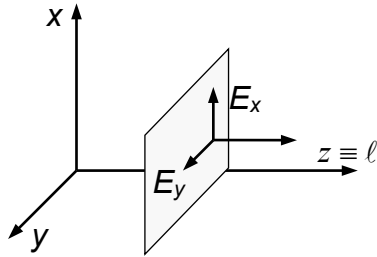
Особливості передачі сигналів в середовищі з $\frac{dv}{d\lambda} \neq 0$. Пошлемо сигнал,



наприклад, прямокутним імпульсом в середовищі з $\frac{dv}{d\lambda} \neq 0$. Тоді у випадку дисперсії ми приймемо „розмитий” сигнал, оскільки кожна гармоніка сигналу (f , $2f$, $3f$...) має свою власну швидкість поширення сигналу (див. мал.).

Поле плоскої електромагнітної хвилі

Розглянемо плоску однорідну електромагнітну хвилю – хвилю, в якій її фронт є площиною, а також наявне співпадіння фазового та амплітудного її фронтів.



З розв'язку хвильових рівнянь для електромагнітних процесів маємо:

$$E_x = E_m \exp[-jk\ell] + E_m \exp[+jk\ell],$$

де

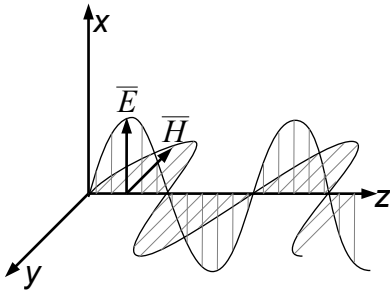
$E_m \exp[-jk\ell]$ – пряма хвиля,

$E_m \exp[+jk\ell]$ – зворотня хвиля.

$$\text{Тут } \frac{\partial E_x}{\partial x} = \frac{\partial E_y}{\partial y} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0.$$

Підставивши вираз для хвилі в рівняння Максвелла, маємо:

а) $E_x = H_z = 0$. Отже, поле плоскої хвилі поперечне (тобто H і E лежать перпендикулярно до осі ℓ (осі z) до напрямку поширення).



б) Розвернемо систему координат паралельно до $\bar{E}$, і встановлюємо, що другий вектор буде направлений по другій поперечній координаті.

Отже, вектори $\bar{E}$ та $\bar{H}$ – взаємоперпендикулярні.

$$\text{в) } \frac{\dot{E}}{\dot{H}} = \frac{\omega \dot{\mu}_a}{k} = \frac{\phi \dot{\mu}_a}{\phi \sqrt{\dot{\mu}_a \dot{\epsilon}_a}} = \sqrt{\frac{\dot{\mu}_a}{\dot{\epsilon}_a}} = z_c.$$

z_c – хвильовий (характеристичний) опір середовища.

Для повітря та вакууму, маємо: $\mu_a = \mu_0$, $\epsilon_a = \epsilon_0$, тобто: $z_c = 120\pi \approx 370$ [Ом].

В повітрі та вакуумі вектори $\bar{E}$ та $\bar{H}$ плоскої хвилі синфазні, тобто μ_a , ϵ_a – дійсні величини.

г) $\dot{E} = E_m \exp[-j k z]$; нехай $k = \beta - j\alpha$, тоді:

$$E = E_m e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}, \text{ де } e^{-j\beta z} \text{ – хвильовий множник.}$$

Тут α – коефіцієнт амплітуди (амплітудна стала). α виражений в [дБ] і є коефіцієнтом загасання.

β – характеризує фазу (фазова стала або фазовий множник, коефіцієнт фази). Цей параметр задає фазову швидкість:

$$v = \frac{\omega}{\beta}; \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}; \quad v_{cp} = \frac{d\omega}{d\beta}.$$

Отже, в процесі розповсюдження в реальних середовищах, в яких наявні певні втрати енергії, хвиля (як складова $\bar{E}$, так і складова $\bar{H}$) з часом затухає.

Напрямок поширення енергії задається вектором Пойтінга:

$$\bar{\Pi} = [\dot{E} \times \dot{H}] = [iE_x \times jH_y] = \dot{k} \cdot (\dot{E}_x \dot{H}_y) = \dot{k} \cdot \Pi_z$$

Поляризація електромагнітної хвилі

Під поляризацією розуміють закон зміни орієнтації векторів хвилі в просторі.

Найчастіше оцінюють зміну поляризації за положенням вектора $\vec{E}$.

Є такі види поляризації:

а) Лінійна поляризація – такий вид, коли кінець вектора $\vec{E}$ за період описує пряму лінію. Площина, в якій відбуваються коливання вектора називається площиною поляризації.

б) Еліптична – поляризація, при якій вектор описує еліпс, а при поширенні – еліптичну спіраль. В залежності від напрямку обертання розрізняють право- та лівополяризовану хвилю. Це визначається напрямком „обігу” вектора при умові, що цей вектор рухається на спостерігача, наближається до нього.

в) Колова поляризація – якщо кінець вектора за період описує в даній точці коло, а при поширенні – колову спіраль, то це – колова поляризація. Аналогічно, існують ліва та права види поляризації.

Кожен з вказаних видів поляризації може бути отриманий шляхом сумування двох перпендикулярних хвиль з лінійною поляризацією.

Справедлива і зворотня дія – хвилю з певним типом поляризації можна розкласти на дві хвилі з лінійною поляризацією.

Особливості поширення плоскої хвилі в різних середовищах

Лінійні ізотропні, як прості і найбільш поширенні з розв'язку хвильового рівняння отримано вираз.

$$\dot{E}_x = \dot{E}_{mx} \cdot e^{j(\omega t - kl)} = E_{mx} \cdot e^{-kl} \cdot e^{j(\omega t - \beta l)}$$

параметр $k = \omega \sqrt{\dot{\mu}_a \dot{\epsilon}_a} = \beta - j\alpha$

Для таких середовищ $\dot{\mu}_a = \mu_a$ $\dot{\epsilon}_a = \epsilon_a - j \frac{\sigma}{\omega}$

$$\dot{\epsilon}_a = \epsilon_a \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a} \right) = \epsilon_a (1 - j \operatorname{tg} \delta),$$

де $\operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_a}$ - тангенс кута діелектричних втрат

Він характеризує між $\sigma E = j$ провідністю, струмом провідності та струмом зміщення $\omega E \epsilon = I_{\text{змiщ}}$

Розв'язують рівняння

$$\begin{cases} k = \omega \sqrt{\dot{\mu}_a \dot{\epsilon}_a} \\ k = \beta - j\alpha \end{cases} \quad \text{відносно } \beta \text{ і } \alpha$$

$$\begin{Bmatrix} \alpha \\ \beta \end{Bmatrix} = \omega \sqrt{\frac{\mu_a \epsilon_a}{2} \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta} \mp 1 \right)}$$

Проводять дослідження

1) $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ – діелектрик

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\mu_a \epsilon_a}{2} \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{2} + 1 \right)} = \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{4} \right)} = \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a} \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \delta}{8} \right)$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a}$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\mu_a \epsilon_a}{2} \left(1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \delta}{2} - 1 \right)} = \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a \frac{\operatorname{tg} \delta}{4}} = \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a} \frac{\operatorname{tg} \delta}{2} = \sigma \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}$$

В діелектрику, для якого $\sigma \neq 0$ (питома провідність), амплітуда хвилі поступово зменшується. Загасання пов'язане з виникненням, під дією електромагнітного поля, струмів провідності, які протікаючи в діелектрику, нагрівають його і енергія поля перетворюється в теплову. Тому така діелектрики називають втратними.

Фазова швидкість

$$V = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0} \sqrt{\mu \varepsilon}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \varepsilon}},$$

де c – швидкість світла у вакуумі

Групова швидкість

$$V_{gp} = \frac{d\omega}{d\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} = \frac{c}{\sqrt{\mu \varepsilon}}.$$

В діелектрику з малими втратами дисперсія хвилі відсутня, фазова і групова хвилі співпадають і не залежать від частоти.

Довжина хвилі

$$\lambda_{\text{діел}} = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{2\pi f \sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} = \frac{c}{f \sqrt{\mu \varepsilon}} = \lambda_0 \frac{1}{\sqrt{\mu \varepsilon}};$$

Хвильовий опір

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu_a}{\varepsilon_a}} = 120\pi \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \text{ є дійсною величиною};$$

Вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ синфазні.

2) $\tan \delta \gg 1$ – провідник

$$\alpha = \beta = \omega \sqrt{\frac{\mu_a \varepsilon_a}{2} \tan \delta} = \sqrt{\frac{\omega^2 \mu_a \varepsilon_a}{2} \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_a}} = \sqrt{\frac{\omega \mu_a \sigma}{2}}$$

α в такому середовищі велике. Хвиля в цьому середовищі сильно загасає

$V = \frac{\omega}{\beta}$ і залежить від частоти.

$$V_{gp} = \frac{d\omega}{d\beta} = 2V \text{ - дисперсія аномальна}$$

Фаза вектора $\vec{H}$ відстає від фази вектора $\vec{E}$ на 45°

$$Z_c = \omega \frac{\mu_a}{k} = \omega \frac{\mu_a}{\beta - j\alpha} = \frac{\omega \mu_a}{\alpha(1-j)} = \frac{\omega \mu_a}{\sqrt{\frac{\omega \mu_a \sigma}{2}}(1-j)} = \frac{1+j}{\sigma \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_a \sigma}}}$$

2) де Z_c – комплексний опір $\tan \delta \sim 1$

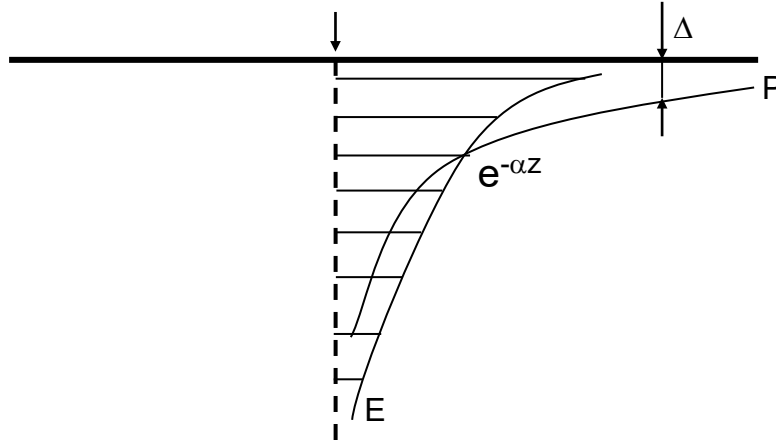
α і β визначаються за повними виразами. Вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ зсунуті за фазою на $\delta/2$. В залежності від частоти коливань, параметри хвилі в таких середовищах ведуть себе як для діелектрика, або як для провідника. Такі середовища прийнято називати напівпровідниками.

Поверхневий ефект

Поверхневий ефект спостерігається в провідному середовищі.

Оскільки α велике, то електромагнітна хвиля швидко загасає

до Δ - глибина шару, в якому зосереджується основна потужність хвилі (до



того часу, поки її потужність не зменшиться в e разів).

$$\frac{E_m e^{-\alpha z}}{E_m e^{-\alpha(z+\Delta)}} = e;$$

Звідси випливає, що

$$\Delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\mu_a \sigma \omega}}$$

Оскільки $I = \sigma E$, то і густина струму по мірі проникнення хвилі в середовище зменшуватиметься. Явище, пов'язане з концентрацією струмів провідності, викликане електромагнітною хвилею біля поверхні провідника називають поверхневим ефектом.

Для характеристики поверхневого ефекту вводять поняття поверхневого опору:

$$\dot{Z}_{\text{пов}} = \frac{\dot{E}_t}{\dot{k}_e},$$

де $\dot{E}_t$ - тангенційна складова вектора $\vec{E}$; $\dot{k}_e$ - поверхнева густина струму.

Це поняття вводиться, виходячи з того, що в провіднику струм концентрується біля поверхні.

З аналізу явища поверхневого ефекту відомо:

- 1) поверхневий опір провідного середовища дорівнює його хвильовому опору;
- 2) реактивна та активна складові однакові;
- 3) активна складова $Z_{\text{пов}}$ для шару провідного середовища, товщиною, яка більша за Δ , не залежить від товщини цього шару, і визначається,

як опір одиничної провідної пластинки товщиною Δ постійному струму

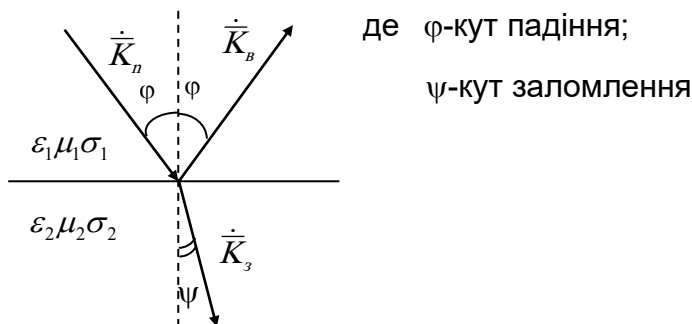
$$R_{\text{пов}} = \frac{1}{\sigma \Delta};$$

- 4) поверхневий ефект приводить до того, що при поширенні хвилі в провідному середовищі, зменшується його активний переріз, що, відповідно приводить до більших втрат (опору) середовища.

Для зменшення впливу поверхневого ефекту необхідно збільшити провідність матеріалу, підвищити степінь обробки матеріалу.

Відбиття та заломлення плоскої хвилі на границі розділу двох середовищ

При падінні плоскої хвилі на границю розділу двох середовищ, частина енергії хвилі проникає в друге середовище (заломлюється), інша частина – рухається в першому (у вигляді відбитої хвилі).



В результаті дослідження явищ відбиття та заломлення було встановлено закони Слемуса:

- 1) Всі три хвильові вектори падаючої, заломленої та відбитої хвиль лежать в одній площині;
- 2) Кут падіння дорівнює куту відбиття;

$$3) \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{\dot{K}_s}{\dot{K}_n} = \frac{K_2}{K_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ де } V\text{-фазова швидкість;}$$

$$n = \sqrt{\mu_{ai} \epsilon_{ai}}$$

Для характеристики відбиття та заломлення хвилі вводять систему параметрів:

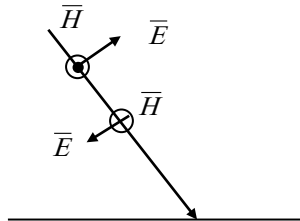
$$\dot{r}_e = \frac{\dot{E}_r}{\dot{E}_n}, \quad \dot{r}_n = \frac{\dot{H}_r}{\dot{H}_n}$$

коефіцієнти відбиття за електричним і магнітним полем відповідно

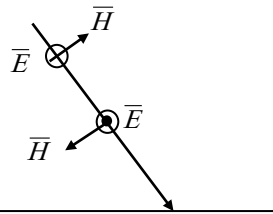
$$i_e = \frac{\dot{E}_3}{\dot{E}_n} \quad i_n = \frac{\dot{H}_3}{\dot{H}_n}$$

Для зручності аналізу процесів відбиття та заломлення розглядають два варіанти падіння плоскої хвилі на межу двох середовищ

- 1) $\vec{E}$ - в площині падіння (паралельна поляризація)

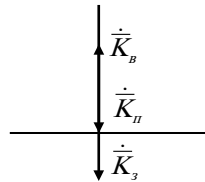


- 2) $\vec{E}$ - в площині падіння (перпендикулярна поляризація)



3) При довільному падінні хвилю умовно можна розкласти на дві: перша з паралельною поляризацією, друга - з перпендикулярною.

- 4) Нормальне падіння



На межі розділу двох середовищ:

$$\vec{E}_{t1} = \vec{E}_n + \vec{E}_B, \quad E_{t1} = E_{t2}, \quad \vec{E}_{t2} = E_3$$

тоді $\vec{E}_n + \vec{E}_B = E_3$; поділимо цей вираз на E_n і отримаємо

$$1 + \frac{\vec{E}_B}{\vec{E}_n} = \frac{\vec{E}_3}{\vec{E}_n}, \quad \text{де} \quad \frac{\vec{E}_B}{\vec{E}_n} = i_e, \quad \frac{\vec{E}_3}{\vec{E}_n} = t_e$$

Для довільного падіння плоскої хвилі встановлено співвідношення, які зв'язують коефіцієнт відбиття і передачі – формули Френеля:

$$i_{eII} = -\frac{\dot{Z}_2 \cos \psi - \dot{Z}_1 \cos \varphi}{\dot{Z}_2 \cos \psi + \dot{Z}_1 \cos \varphi}, \quad t_{eII} = \frac{\dot{Z}_2 \cos \varphi}{\dot{Z}_2 \cos \psi + \dot{Z}_1 \cos \varphi}$$

$$\dot{r}_{e\perp} = \frac{\dot{Z}_2 \cos \varphi - \dot{Z}_1 \cos \psi}{\dot{Z}_2 \cos \varphi + \dot{Z}_1 \cos \psi}, \quad \dot{t}_{e\perp} = \frac{\dot{Z}_2 \cos \psi}{\dot{Z}_2 \cos \varphi + \dot{Z}_1 \cos \psi},$$

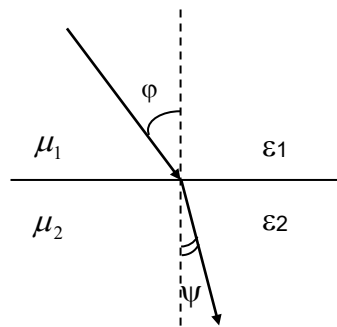
де Z_1, Z_2 – хвильові опори першого та другого середовищ відповідно.

Хвильовий опір i -того середовища має таку залежність:

$$\dot{Z}_i = \sqrt{\frac{\dot{\mu}_{ai}}{\dot{\epsilon}_{ai}}}$$

Повне заломлення плоскої хвилі

Середовище, в якому відбувається заломлення плоскої хвилі будемо вважати безвтратним і немагнітним.



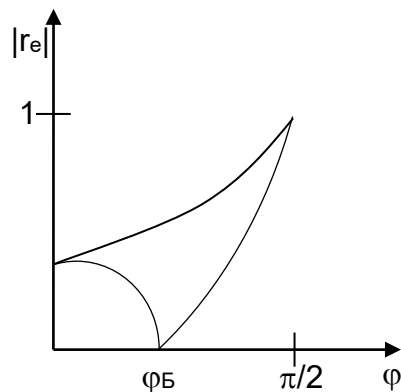
$$r_e = \frac{E_B}{E_n} = 0, \quad E_\epsilon = 0, \quad r_{e\parallel} = 0$$

$$Z_2 \cos \psi - Z_1 \cos \varphi = 0, \quad \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_{a2}}} \cos \psi = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_{a1}}} \cos \varphi$$

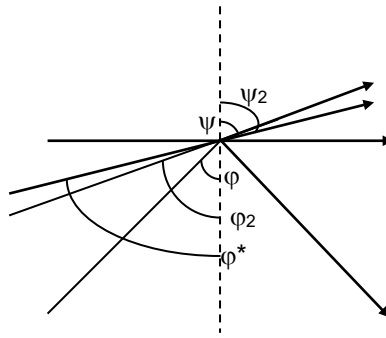
$$\frac{\cos^2 \psi}{\epsilon_2} = \frac{\cos^2 \varphi}{\epsilon_1}, \quad \varphi = \arcsin \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2}}$$

При певному куті падіння – куті Брюстера, неполяризована хвиля повністю заломлюється $r_{e\perp} = 0$. Для перпендикулярної поляризації не існує кута повного заломлення.

Залежність коефіцієнта відбивання від кута падіння має вигляд



Повне відбиття плоскої хвилі



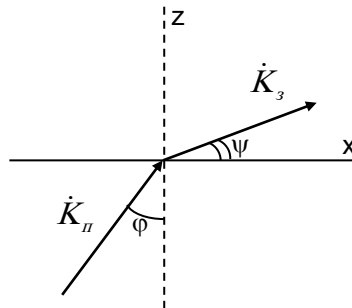
Для простоти розглянемо безвтратне середовище.

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}, \quad \sin \varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cdot \sin \psi$$

Звідси випливає, що $\sin \varphi^* = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \cdot 1 = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$.

$$\text{Отже } \varphi^* = \arcsin \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

При кутах, які більші за φ^* спостерігається явище повного відбиття.



$\dot{K}_3$ розкладається на K_2 і K_1

$$\overline{KI} = \vec{i}K_x x + kK_2 z, \quad \dot{K}_x = \dot{K}_3 \sin \psi = \dot{K}_2 \sin \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}$$

$$\dot{K}_z = K_3 \cos \psi, \quad E_z = E_{mz} e^{-\alpha_z z} e^{-j\beta_x x},$$

$$\text{де } \alpha_x = K_1 \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)^2 - 1}, \quad \beta_x = K_1 \sin \varphi$$

Це справедливо для випадку, коли $\varphi > \varphi^*$

- 1) В результаті аналізу встановлено, що при кутах падіння, які більші за φ^* на межі розділу двох середовищ поширюється хвиля для якої: амплітуда максимальна біля межі розділу середовищ і зменшується по мірі віддалення від неї; поле хвилі притискається до

межі і енергія зосереджується біля неї (на це вказує амплітудний множник $e^{-\alpha_z Z}$).

- 2) фаза хвилі змінюється вздовж межі розділу (на це вказує фазовий множник $\beta_x X$); фазова швидкість залежить від параметрів першого середовища і кута падіння ;
- 3) оскільки амплітудний фронт цієї хвилі рухається по перпендикуляру до межі розділу, а фазовий фронт – вздовж, то така хвиля є неоднорідною і її прийнято називати поверхневою

При падінні плоскої хвилі на межу розділу з втратним середовищем, заломлена хвиля буде неоднорідною (амплітудний фронт цієї хвилі рухається по перпендикуляру до межі розділу, а фазовий фронт – в напрямку заломленої хвилі).

Випромінювання електромагнітних хвиль

Випромінювання – це процес поширення електромагнітної хвилі від джерела в навколишнє середовище

$$\nabla^2 \begin{Bmatrix} \dot{\vec{E}} \\ \dot{\vec{H}} \end{Bmatrix} + K^2 \begin{Bmatrix} \dot{\vec{E}} \\ \dot{\vec{H}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{g}_e \\ \mathbf{g}_h \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\vec{E}} \\ \dot{\vec{H}} \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi} \left[\int_s \frac{1}{\mathbf{g}_h^e} \frac{e^{-jkr}}{r} dS + \int_s \frac{1}{\mathbf{g}_h^e} \frac{e^{-jkr}}{r} dS \right],$$

де S – поверхня радіуса r, яка охоплює джерело

r – відстань від джерела.

При наявності джерела випромінювання в загальному випадку поширюються дві хвилі:

- 1) Фаза відстає в напрямку від джерела (падаюча хвиля);
- 2) Фаза відстає в напрямку до джерела (зворотня хвиля).

Обидві хвилі за своїм фронтом сферичні.

Для полегшення форми запису використовують додаткові функції:

Векторний потенціал Герца $\vec{\Gamma}_e$, $\vec{\Gamma}_h$:

$$\dot{\vec{E}} = \text{rot} \text{rot} \dot{\vec{\Gamma}}_e, \quad \dot{\vec{H}} = \text{rot} \text{rot} \dot{\vec{\Gamma}}_h$$

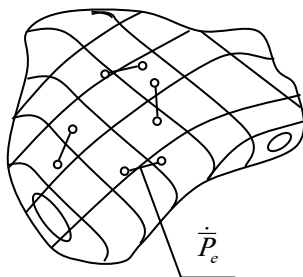
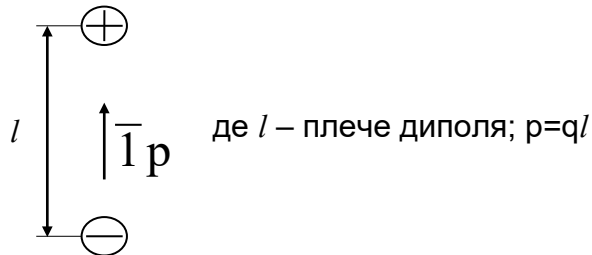
тоді хвильові рівняння приймуть таку форму

$$\nabla^2 \dot{\vec{\Gamma}}_e + k^2 \dot{\vec{\Gamma}}_e = -\frac{1}{\varepsilon_a} \dot{\vec{P}}_e, \quad \nabla^2 \dot{\vec{\Gamma}}_h + k^2 \dot{\vec{\Gamma}}_h = -\frac{1}{\mu_a} \dot{\vec{P}}_h,$$

де $\dot{\vec{P}}_e, \dot{\vec{P}}_h$ - питомий дипольний момент сторонніх джерел електромагнітного поля.

При отриманні виразу для $\dot{\vec{P}}_e$ розглядають середовища, які зводяться до диполів.

Диполь – система двох зарядів протилежного знаку, розміщених на деякій відстані один від одного.



$$\dot{\vec{P}}_e$$

Розв'язок матиме вигляд

$$\dot{\vec{r}}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_e} \int_s \frac{1}{P_e} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} dS$$

Поле елементарного електричного випромінювача (диполя)

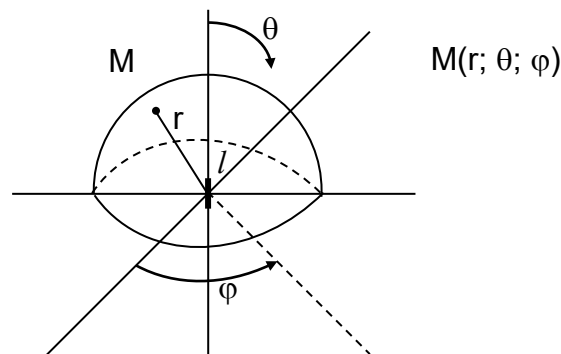
Елементарний електричний диполь – це електричний диполь для якого справедливо

$$l \ll \lambda$$

Заряд q – змінний по частоті.

Диполь Герца – це елементарний електричний диполь – електричний випромінювач.

Найкраще для опису сферичної хвилі використовувати систему координат, яка співпадає з фронтом хвилі – сферичну.



$$\dot{\Gamma}_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_e} \int_s \frac{1}{P_e} \cdot \frac{e^{-jkr}}{r} dS$$

В результаті отримано вираз для векторів поля, створеного одиничним диполем

$$\begin{cases} \dot{\vec{H}} = H_\varphi \cdot \vec{1}\vec{\varphi} \\ \dot{\vec{E}} = E_r \cdot \vec{1}\vec{r} + E_\Theta \cdot \vec{1}\vec{\Theta} \end{cases}$$

З розв'язків рівнянь для випромінювачів видно, що електромагнітне поле від випромінювача умовно можна поділити на три ділянки – зони випромінювання:

- 1) Близня зона ($r \ll \lambda$);
- 2) Проміжна зона ($r \sim \lambda$);
- 3) Дальня зона $r \gg \lambda$

Поле випромінювання в ближній зоні

Оскільки $r \ll \lambda$, то $kr \ll 1$, відповідно і $e^{-jkr} \sim 1$. Вирази для поля елементарного диполя матимуть вигляд:

$$\dot{\vec{H}} = -j \cdot \frac{\omega \vec{P}_e}{4\pi} \frac{1}{r^2} \sin \Theta \cdot \vec{1}\vec{\varphi}, \quad \dot{\vec{E}} = \frac{P_e}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r^3} (2 \cos \Theta \cdot \vec{1}\vec{r} + \sin \Theta \cdot \vec{1}\vec{\Theta})$$

З отриманих виразів видно:

- 1) поле в ближній зоні обернено пропорційно відстані в квадраті і в кубі, і напруженість поля різко зменшується по мірі віддалення від джерела;
- 2) вираз для напруженості електричного поля в ближній зоні такий самий, як і для напруженості статичного диполя, тому поля в ближній зоні називають квазістатичними;
- 3) напруженість електричного поля в ближній зоні має дві проекції; отже поле в ближній зоні не поперечне;
- 4) оскільки в ближній зоні хвильовий множник прямує до одиниці, поле не носить хвильового характеру – хвиля відсутня;
- 5) оскільки вираз для напруженості магнітного поля суто уявний, то середнє значення вектора Поїтінга

$$\vec{P}_{сер} = \frac{1}{2} \text{Re}(\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}) = 0$$

в ближній зоні відсутнє випромінювання, енергія поля зосереджується біля джерела і відбувається пульсація енергії між джерелом і навколишнім середовищем;

- 6) біля джерела накопичується реактивна енергія.

Поле дальньої зони випромінювання

$$\vec{\dot{H}} = -\frac{\omega \bar{P}_e}{4\pi} k \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta \cdot \vec{1} \bar{\varphi}, \quad \vec{\dot{E}} = -\frac{\dot{\bar{P}}_e}{4\pi \varepsilon_a} k^2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin \Theta \cdot \vec{1} \bar{\Theta}$$

В результаті аналізу отриманих виразів можна зробити висновки:

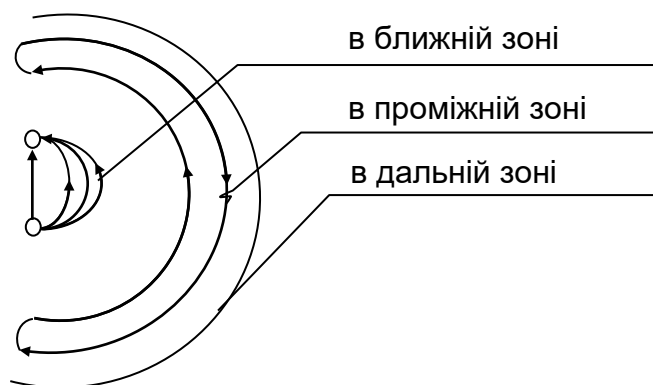
- 1) поле випромінювання в дальній зоні носить хвильовий характер (хвильовий множник не дорівнює одиниці);
- 2) амплітуда хвилі обернено пропорційна r тобто поступово зменшується по мірі віддалення;
- 3) напруженість електричного поля має лише одну проекцію, а значить вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ взаємноперпендикулярні і перпендикулярні до напрямку r ; отже поле в дальній зоні поперечне;
- 4) $P_{\text{сер}} \neq 0$ – поле випромінюється. Для електричного диполя $P_{\text{сер}} \sim \sin^2 \theta$; потужність, яка розсіюється в дальній зоні суто активна і відмінна від нуля

$$P_{\Sigma} = \int_S \bar{P} dS$$

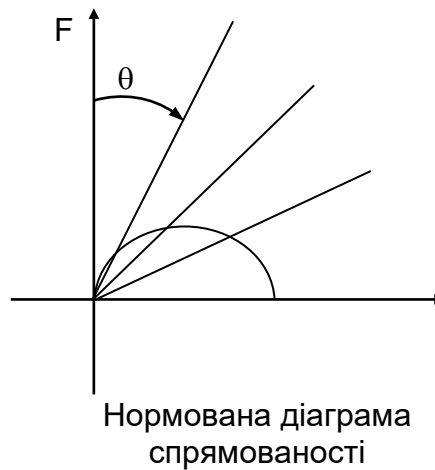
$$\text{Для електричного диполя } P_{\Sigma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega |\bar{P}_e|}{\lambda} \right)^2 \cdot \frac{2\pi}{3} Z_c$$

Таким чином в дальній зоні поле випромінювання нагадує поле плоскої хвилі, поле – локально плоске.

Структура поля



В проміжній зоні завдяки процесу відставання руху енергії поля коливного характеру, відбувається формування електромагнітної хвилі – поле “відривається” від джерела.



Розрізняють три типи діаграм:

- 1) амплітудна;
- 2) фазова;
- 3) поляризаційна.

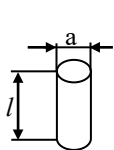
Діаграма спрямованості це залежність амплітуди, фази, показника поляризації від координати точки спостереження при постійному віддаленні від випромінювача. Якщо розділити кожне значення амплітуди на сигналу на максимальну, то отримаємо нормовану діаграму спрямованості F .

Параметри антени.

Коефіцієнт напрямленої дії D показує в скільки разів випромінювання з даної антени в заданому напрямку перевищує випромінювання в цьому ж напрямку не напрямленої антени (ізотропної) антени, якщо підведена потужність однакова.

Фізична реалізація елементарних електричних випромінювачів

1) Елементарний штир із струмом



Основні вимоги:

$$l \ll \lambda, a \ll l$$

При таких умовах розподіл струму по довжині штир практично постійний

$$I = \frac{\partial Q}{\partial t} = -j\omega Q, \quad \Pi = -j\omega QI, \quad \text{де } QI = j\frac{\dot{\Pi}}{\omega} = \dot{P}_e$$

Вираз для потужності випромінювання буде мати вигляд:

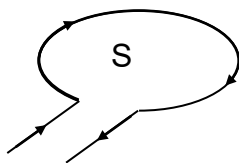
$$P_{\Sigma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega |\dot{P}_e|}{\lambda} \right)^2 \frac{2\pi}{3} Z_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{|I|l}{\lambda} \right)^2 \frac{2\pi}{3} Z_0 = \frac{1}{2} |I|^2 \frac{2\pi}{3} Z_0 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2$$

де $\frac{2\pi}{3} Z_0 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = R_\Sigma$ - коефіцієнт, який зв'язує потужність випромінювання із

струмом у випромінювачі – опір випромінювання. З виразу видно, що чим більший опір випромінювання, тим більша потужність випромінювання з антени.

Для елементарного штиря із струмом характерні всі властивості елементарного електричного диполя.

2) Елементарна рамка (петля) із струмом



Така петля веде себе, як елементарний магнітний диполь і характеризуються магнітним дипольним моментом

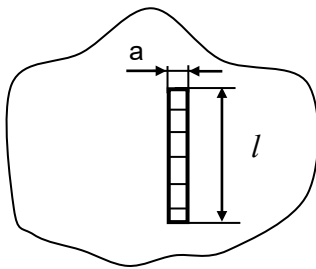
$$\vec{p}_h = I S \vec{\mu}_a$$

Для магнітного диполя справедливе все те, що було сказано про електричний диполь.

$$R_\Sigma = \left(\frac{8\pi}{3} \right)^2 \left(\frac{S}{\lambda} \right)^2 Z_0$$

Діаграма спрямованості така сама як для електричного диполя.

3) Елементарна щілина



Основні умови: $l \ll \lambda, a \ll l$

Використовуючи граничні умови для векторів поля можна показати, що така щілина еквівалентна елементарному провіднику, по якому протікає магнітний струм.

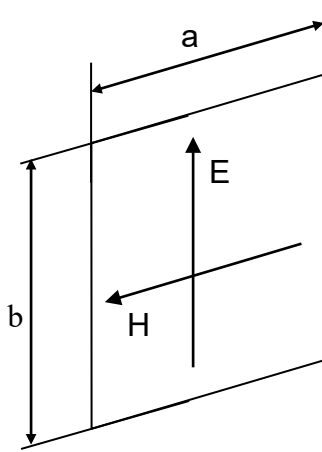
$$P_h = j \frac{2U_{\text{щ}} l}{\omega}, \text{ де } U_{\text{щ}} \text{ — різниця потенціалів між}$$

довгими кінцями щілини.

Все те, що відноситься до електричного диполя, відноситься і до щілини (але орієнтація векторів, як для магнітного диполя).

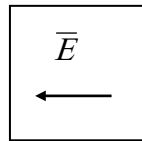
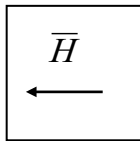
4) Елемент Гюйгенса

Під елементом Гюйгенса розуміють елементарну ділянку фронту електромагнітної хвилі. Вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ вважатимемо причиною випромінювання з ділянки

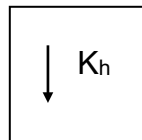
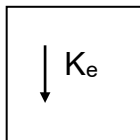


$$a \ll \lambda \quad b \ll \lambda$$

Розглянемо окремо дію векторів $\vec{H}$ та $\vec{E}$



Використовуючи граничні умови переходимо до еквівалентного представлення у вигляді провідників із струмами (поверхневими). В результаті сумування створених полів, діаграма набуде вигляду кардіоїда.



Спрямовуючі системи

Спрямовуючі системи – це структури, які забезпечують каналізацію сигналу в заданому напрямку.

Розв'язок хвильового рівняння спрямовуючої системи

Спочатку шукають вирази для векторів поля в повздовжньому напрямку, використовуємо систему рівнянь для електромагнітного поля

$$(\nabla^2 + k^2) \begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{Bmatrix} = 0$$

Розв'язуємо це рівняння методом розділення змінних

$$\nabla^2 = \nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}$$

Нехай E_z – добуток двох функцій

$$\vec{E}_z = \psi(U, V) \cdot q(Z)$$

$$\begin{aligned}
\left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right) \psi q + k^2 \psi q &= 0 & q \nabla_t^2 \psi + \psi \frac{\partial^2 q}{\partial Z^2} + k^2 \psi q &= 0 \quad | : (\psi q) \\
\frac{\nabla_t^2 \psi}{\psi} + \frac{1}{q} \frac{\partial^2 q}{\partial Z^2} + k^2 &= 0 & \frac{\nabla_t^2 \psi}{\psi} + k^2 &= -\frac{1}{q} \frac{\partial^2 q}{\partial Z^2} = \dot{h}^2 \\
\begin{cases} \frac{\nabla_t^2 \psi}{\psi} + \dot{k}^2 - h^2 = 0 \\ \frac{1}{q} \frac{\partial^2 q}{\partial Z^2} + h^2 q = 0 \end{cases} & & k^2 - h^2 = g^2 \rightarrow k^2 &= h^2 + g^2 \\
\begin{cases} \nabla_t^2 \psi + \dot{g}^2 \psi = 0 \\ \frac{\partial^2 q}{\partial Z^2} + \dot{h}^2 q = 0 \end{cases} & & &
\end{aligned}$$

Розв'язком другого рівняння буде $q = Ae^{-jhZ} + Be^{jhZ}$

звідки $\dot{E}_Z = A\psi e^{-jhZ} + B\psi e^{jhZ}$

Аналогічно і для $\overline{H}$.

З розв'язку бачимо, що вздовж спрямовуючої системи хвиля поширюється у вигляді прямої (падаючої) і зворотної (відбитої).

Поширення характеризується коефіцієнтом h (повздовжнє хвильове число).

ψ – описує поле у поперечному перерізі хвилевода.

g – поперечне хвильове число.

Підставивши E_z та H_z у рівняння Максвела, для поперечних складових отримаємо:

$$\overline{E}_t = -\frac{jh}{g^2} \nabla_t \dot{E}_z - \frac{j\omega\mu_a}{g^2} \text{rot} \dot{H}_z,$$

$$\overline{H}_t = -\frac{jh}{g^2} \nabla_t \dot{H}_z - \frac{j\omega\varepsilon_a}{g^2} \text{rot} \dot{E}_z.$$

$$E_z = A\psi e^{-jhZ} + B\psi e^{jhZ}.$$

Класифікація хвиль у лініях передачі

Всі хвиля, що поширюються у лініях передачі (ЛП), розглядають як певний тип хвиль у ЛП.

Розрізняють наступні види хвиль:

а) E – типу (ТМ), електрична, поперечна магнітна.

Особливості будови: відсутня повздовжня складова ($H_z = 0$).

б) H – типу (ТЕ), магнітна, поперечна електрична.

Особливості будови: відсутня повздовжня складова ($E_z = 0$).

в) T – типу (ТЕМ), поперечна електромагнітна хвиля.

Особливості будови: відсутні повздовжні складові E_z та H_z ,
Для такої хвилі поперечне хвильове число $g = 0$.

Електромагнітна хвиля описується рівнянням Лапласа: $\nabla^2 \psi = 0$.

Може існувати у системах, у яких можливе протікання постійного струму
(дво- та багатозв'язні системи – складаються з двох та більше дротів).

г) HE або EH (гібридні):

$E_z \neq 0$, $H_z \neq 0$; має шість проекцій векторів.

Перша буква в назві вказує, яка з складових сильніше виражена.

д) LE (повздовжня електрична);

LM (повздовжня магнітна).

Це різновиди гібридних хвиль, але у них відсутня одна поперечна
складова (магнітна або електрична); мають п'ять проекцій.

Основні параметри поширення хвиль у лініях передачі

$$k^2 = h^2 + g^2$$

Для простоти розглянемо безвтратні середовища, коли k – дійсне:
 $k = \omega^2 \mu_a \varepsilon_a$, $k = \beta$.

У більшості випадків поперечне хвильове число g теж дійсне, отже і h –
теж дійсне: $h = \sqrt{k^2 - g^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{g}{k}\right)^2}$.

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{k} = \frac{v}{f}, \text{ де } v - \text{фазова швидкість.}$$

Для спрямовуючих систем (ліній передачі) вводять параметр критичної
довжини хвилі:

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{g}.$$

Тоді, критична частота: $f_{кр} = \frac{v}{\lambda_{кр}}$.

$$\text{Виразимо: } \frac{g}{k} = \frac{\frac{2\pi}{\lambda_{кр}}}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{\lambda_{кр}}.$$

а) Постійна поширення хвиль в лінії передачі:

$$h = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{f_{кр}}{f}\right)^2}.$$

б) Фазова швидкість хвилі в лінії передачі:

$$v_\phi = \frac{\omega}{h} = \frac{\omega}{k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

в) Групова швидкість:

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dh} = v \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}.$$

г) Довжина хвилі в лінії передачі:

$$\lambda_{\lambda} = \frac{2\pi}{h} = \frac{2\pi}{k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}}.$$

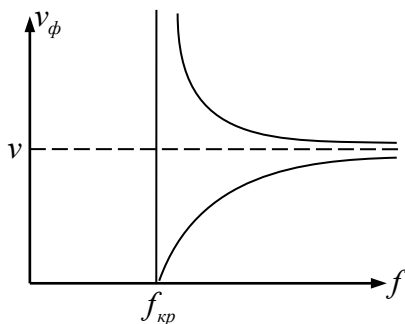
Коли $\lambda < \lambda_{кр}$ (або $f > f_{кр}$), то знаменник – дійсне число, h – дійсне – умова поширення хвилі в лінії передачі. Якщо ця умова не виконується, то $h = jk \sqrt{\left(\frac{\lambda_{кр}}{\lambda} \right)^2 - 1}$ – стає уявним. Фазовий множник e^{-jhz} (при $f < f_{кр}$) дорівнює e^{-hz} . Хвиля в лінії загасає (хвильовий процес припиняється). Цей режим прийнято називати режимом відсічки, або за критичним режимом.

При $\lambda_{кр} \rightarrow \infty$ відсічка відсутня:

Оскільки $\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{g}$, а для хвиль Т-типу $g = 0$, то такі хвилі не мають відсічки, решта хвиль – мають частоту відсічки.

З виразів для фазової швидкості:

$$v_{\phi} = \frac{v}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{кр}}{f} \right)^2}}$$



видно, що навіть якщо середовище недисперсійне ($v \neq v(f)$), то v_{ϕ} все одно залежить від частоти, тому всі хвилі крім поперечної є дисперсійними.

Якщо ж у таких ліній передачі середовище повітряне (або вакуум), то $v_{\phi} > 3 \cdot 10^8$ м/с.

д) Хвильовий опір (відношення поперечних складових):

$$Z_c \approx \frac{E_t}{H_t}$$

E та H різні для різних хвиль.

Для хвиль H -типу:

$$Z_{CH} = \frac{Z_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}} \right)^2}}, \text{ де } Z_0 - \text{хвильовий опір середовища, яким}$$

заповнено лінію передачі; $Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}}.$

Основні типи ліній передачі НВЧ

а) Прямокутний металевий хвильовід:

a – більша сторона;

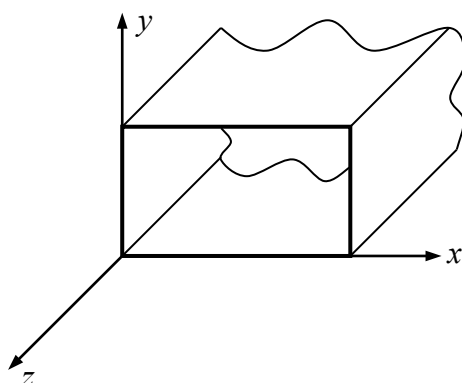
b – менша сторона;

За межами спостереження (збуджуються) – джерела електромагнітних хвиль; необхідно знайти розподіл електромагнітного поля $E_z = A\psi e^{-jhz}$ в хвильоводі.

$$\psi(x, y) \rightarrow \nabla^2 \psi + g^2 \psi = 0;$$

$$\psi = (A \cos g_x x + B \sin g_x x)(A_1 \cos g_y y + B_1 \sin g_y y);$$

$$g^2 = g_x^2 + g_y^2.$$



Для визначення складових g необхідно використати граничні умови для лінії передачі.

1) хвиля E -типу ($E_z \neq 0$), але біля стінки $E_z = 0$, отже:

$$\left. \begin{aligned} E_z &= 0 \\ x &= 0, a; \\ y &= 0, b \end{aligned} \right\}$$

Для цього випадку функція ψ для хвиль E -типу:

$$\psi_E = C_E \cdot \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right).$$

2) хвиля H -типу ($H_z \neq 0$):

$$\left. \begin{aligned} H_z &= 0 \\ x &= 0, a; \\ y &= 0, b \end{aligned} \right\}$$

Для цього випадку функція ψ для хвиль H -типу:

$$\psi_H = C_H \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cdot \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right).$$

$$g_x = \frac{m\pi}{a}; \quad g_y = \frac{n\pi}{b},$$

де $m, n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots$

Аналіз поля в прямокутному металевому хвильоводі

1) кожній парі чисел m та n відповідає своя структура поля у хвильоводі, а отже і вид хвилі (мода).

Розподіл поля мод у хвильоводі носить гармонічний характер. Індекс m (або n) вказує скільки півхвиль цього розподілу вкладається вздовж стінки a (або b).

2) Кожна мода (пара чисел m і n) має свою критичну довжину хвилі (частоту):

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{g} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}.$$

Можна побудувати розподіл $\lambda_{кр}$

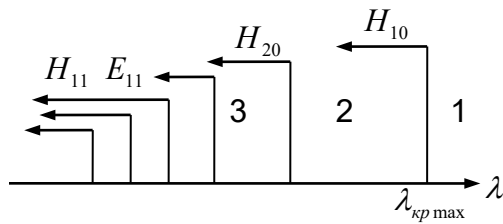
$\lambda_{кр \max}$ при $m=1$ та $n=0$.

$$\lambda_{кр \max} = 2a$$

E_{10} не існує, може бути лише H_{10} .

Умова поширення хвилі:

$$\lambda_{генератора} < \lambda_{кр}$$



$$H_{20} \quad \lambda_{кр} = a.$$

1 область на графіку – область відсічки;

2 область – одномодова область, яка використовується найчастіше;

3 область – область багатомодового режиму.

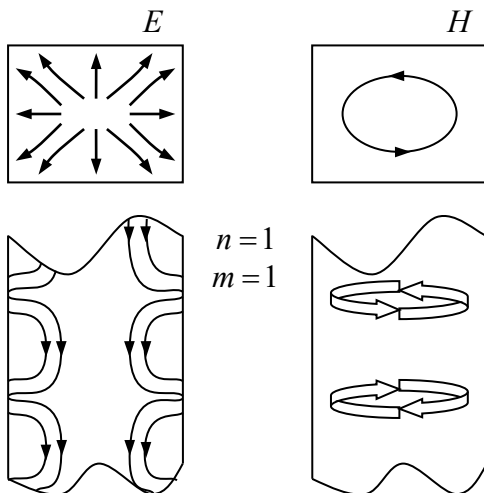
3) Моді E -типу не можуть мати один з індексів рівним нулю (для хвиль H -типу – можуть).

4) Хвилі E -типу мають силові лінії в хвилеводі розміщені вздовж нього – починаються та закінчуються в стінках і можуть замикатись на собі.

Силові лінії магнітного поля розміщені поперек нього.

5) Хвилі H -типу:

Силові лінії магнітного поля розміщені вздовж хвилевода і замикаються на собі, а лінії електричного поля розміщені поперек хвилевода і замикаються на стінках або на собі.



Хвиля E_{11}

6) Параметри поширення хвилі у прямокутному хвилеводі визначаються за загальними співвідношеннями для спрямованих систем.

7) Хвиля з мінімальним $f_{кр}$ (або максимальним $\lambda_{кр}$) носить назву нижчого виду (типу) хвилі, і тому являється і називається основним видом (модю) – це H_{10} .

8) Моді з однакою $\lambda_{кр}$ – вироджені.

Хвиля основного типу в прямокутному хвилеводі (лаб. №1)

Структура поля

$$\lambda_{кр} = 2a$$

Розподіл напруженості і струмів в стінках (поверхневі 1 під дією магнітних складових).

За рахунок електричної складової – струми зміщення.

П- та Н-подібні хвилеводи

Це – хвилеводи гребінчастого типу.

Конструктивно – в середині широкої стінки (або двох) розміщені гребні:



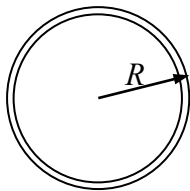
Переваги:

- Наявність гребня приводить до підвищення концентрації полів в області гребеня;
- За структурою поле в області гребеня близьке до поперечного – в результаті фазова швидкість хвилі зменшується і автоматично зростає $\lambda_{кр}$ хвилі основного виду (H_{10}); λ_k вищих мод практично не змінюється.
- Область одномодового режиму розширюється.
- Можна при тій же $\lambda_{кр}$ взяти хвилевід менших розмірів;
- Введення гребня зменшує значення хвильового опору.

Недоліки:

Збільшується шлях струмів в стінках (збільшуються втрати);
зменшується пробивна потужність.

Круглий металевий хвилевід

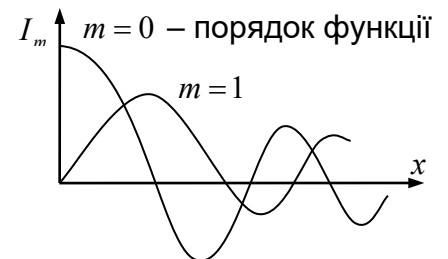


Для знаходження поперечної функції ψ використовують циліндричну систему координат: $\psi(r, \varphi, z)$.

$\psi(r, \varphi, z) = CI_m(gr)(A \sin m\varphi + B \cos m\varphi)$, де $m = 0, 1, 2, 3, \dots$; C – деяка стала; φ, r – координати; $I_m(x)$ – функція Бесселя першого роду порядку m .

Висновки:

- 1) Розподіл поля носить коливний характер (як по r так і по φ);
- 2) З розв'язку видно, що по φ маємо два ідентичних ортогональних розподіли (дві однакових за структурою хвилі, повернуті по φ на 90°) – поляризаційно вироджені хвилі;



- 3) Поперечні хвильові числа для хвиль E і H визначаються за співвідношенням:

$$g_E = \frac{v_{mn}}{R}, \text{ де } v_{mn} - n\text{-ний корінь функції Бесселя.}$$

$$g_H = \frac{\mu_{mn}}{R}, \text{ де } \mu_{mn} - n\text{-ний корінь похідної від функції Бесселя.}$$

4) Параметри поширення хвилі у прямому хвильоводі визначається за загальними співвідношеннями для спрямовуючих систем.

Для Н хвиль

$$g_H = \frac{\mu_{mn}}{R}, \text{ де } \mu_{mn} - n\text{-ний корінь похідної від функції Бесселя}$$

першого ряду порядку m.

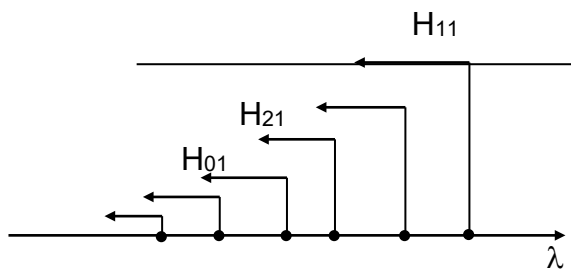
Корені μ і ν приводяться в таблицях спеціальних функцій.

4) Кожній парі чисел m і n в круглому хвильоводі своя мода, яка має свою критичну довжину хвилі $\lambda_{кр}$.

$$\lambda_{крE} = \frac{2\pi R}{\nu_{mn}}$$

$$\lambda_{крH} = \frac{2\pi R}{\mu_{mn}}$$

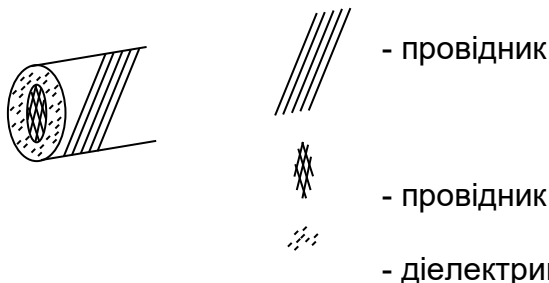
Діаграма розподілу матиме вигляд



H_{11} – нижчий тип хвилі (це основний тип хвилі в круглому хвильоводі).

Коаксіальна лінія передачі

Ця лінія передачі хвилі відноситься до двохпровідних. Поділяється на гнучку і жорстку.



Зовнішній провідник – екран – зроблений, як правило у вигляді сітки. Внутрішній провідник може бути як одножильним, так і багатожильним.

Основний тип хвиль, які поширюються в коаксильній лінії передачі – Т-хвилі. Напрямок залежить від діелектрика, а також від розміщення лінії.

$$\text{Для жорсткої конструкції } Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon}} \lg \frac{D}{d}, \text{ де } D - \text{зовнішній діаметр,}$$

d – внутрішній діаметр. Із зростом частоти в лінії можуть збуджуватись і хвилі вищих типів.

Мінімальні втрати у коаксильній лінії при $Z_c \approx 77 \text{ Ом}$

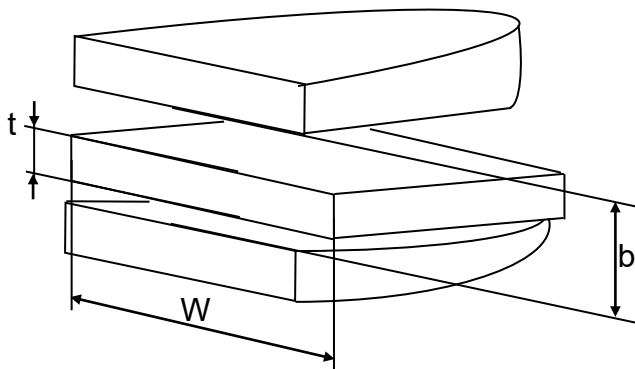
Максимальна допустима пропускна потужність при $Z_c \approx 30 \text{ Ом}$

Максимальна пробивна потужність $Z_c \approx 60 \text{ Ом}$

Смужкові лінії передачі

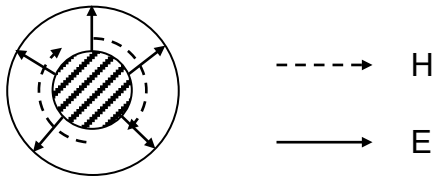
Смужкові лінії передачі відносяться до багатопровідних ліній і являються основою інтегральної техніки НВЧ.

1) Симетрична смужкова лінія (трьохпровідна)

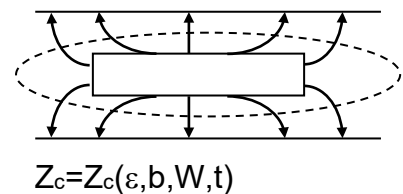


Цей тип лінії відноситься до двохпровідних (екрани з'єднані між собою). Заповнені, як правило діелектриком. Основна вимога – ширина екрана повинна бути більшою за відстань $3b$.

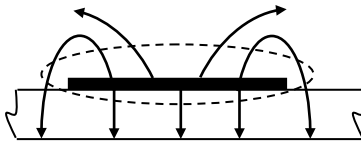
Коаксильна лінія



Смужкова лінія



2) Несиметрична смужкова лінія передачі



Будова цієї лінії аналогічна будові симетричної лінії, але відсутній один екран. Неоднорідне діелектричне заповнення лінії призводить до того, що хвиля, яка поширюється в лінії дещо відмінна від Т-хвилі – квазі Т-хвиля.

Для врахування дисперсії вводиться поняття ефективна діелектрична проникність

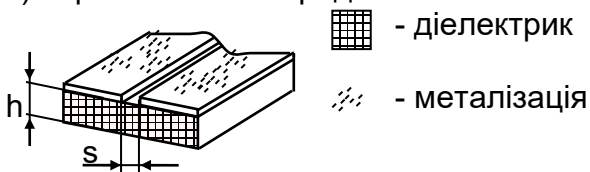
$$\varepsilon_{ef} = \varepsilon_{ef}(\varepsilon, h, W, t, f)$$

Формули такі ж як і для Т-хвиль, але замість ε підставляють ε_{ef} .

$$Z_c = Z_c(\varepsilon, h, W, t, f)$$

Втрати трохи більші, ніж для симетричної смужкової лінії. Несиметричну смужкову лінію, в якій $\varepsilon > 9-10$ прийнято називати мікросмужковими.

3) Щілинна лінія передачі.



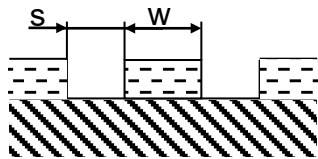
Основний тип хвилі, що поширюється в лінії – Н-хвиля.

Особливості:

- Сильна дисперсія

- Високий Z_c
- Низькі втрати

4) Компланарна лінія



Щілини розміщені поряд. Якщо перший і третій провідник з'єднати, то отримаємо синфазне збудження (парне). Якщо не з'єднувати – протифазне збудження.

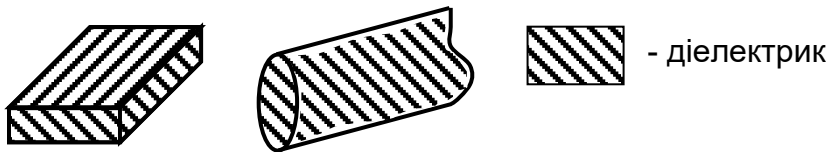
При виготовленні смужкових конструкцій використовують два типи діелектриків:

- 1) органічні;
- 2) неорганічні.

З органічних діелектриків найчастіше використовують полімери на основі стиролу, фторопласту. Виготовляють, як правило, фольговані, листи нормованої товщини. Форма і конструкція – довільна.

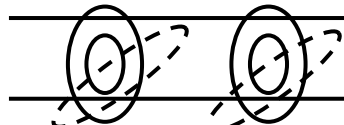
Неорганічні діелектрики найчастіше реалізуються на основі ВЧ кераміки. Мають високу діелектричну проникність і низькі втрати.

Лінії передачі поверхневих хвиль



Структура поля

Гібридна дипольна хвиля

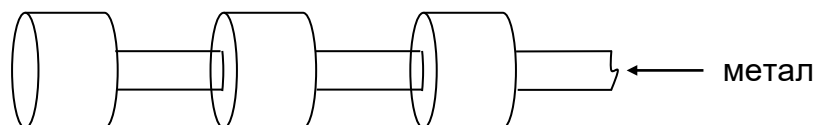


Недолік цих ліній – втрати на випромінювання. Переваги: низький рівень втрат, простота конструкції. Теоретично, ці лінії передачі необмежені по частоті, реально існує критична довжина хвилі, після якої – активне випромінювання.

Смужкова лінія передачі

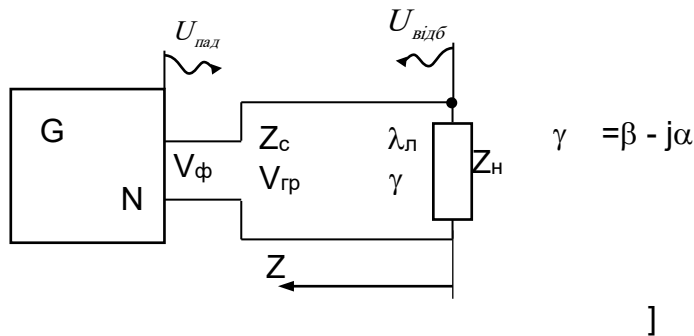


Гребінчаста лінія передачі



Режим хвильового процесу у навантажених лініях передачі

Будь-який складний ВЧ тракт можна звести до простої задачі.



Хвилю, що поширюється по лінії передачі від генератора описують еквівалентною напругою (струмом). Напруга падаючої хвилі пропорційна напруженості електричного поля. На Z_n з'явиться $U_{відб}$. В техніці НВЧ прийнято знімати напругу падаючої хвилі з навантаження.

$$\begin{cases} U_{пад} = \dot{U}_{mm} e^{\dot{\gamma}Z} \\ U_{відб} = \dot{U}_{mb} e^{-\dot{\gamma}Z} \end{cases}, \text{ де } U_m - \text{початкова напруга для хвилі.}$$

Коефіцієнт відбиття

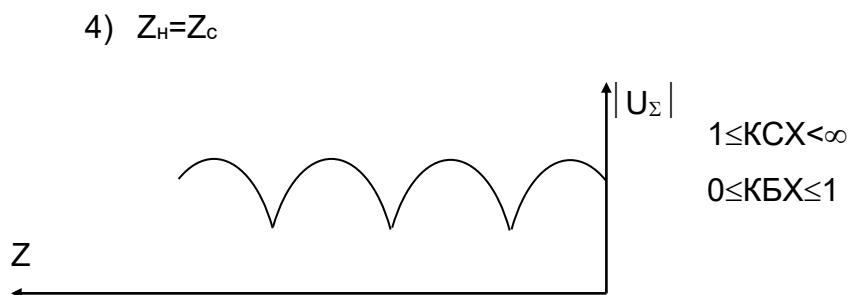
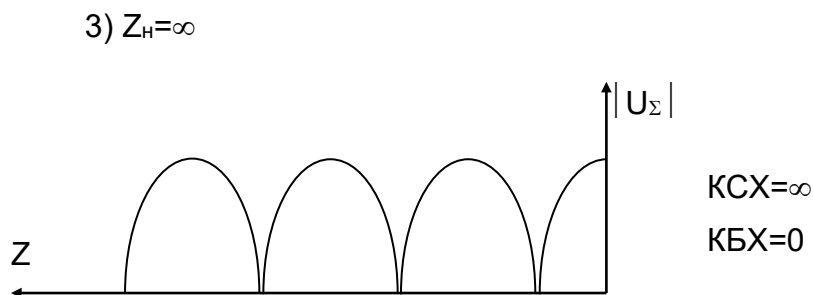
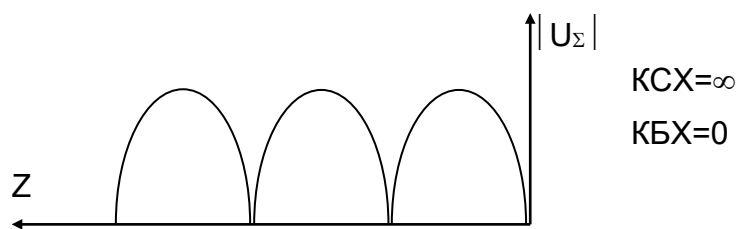
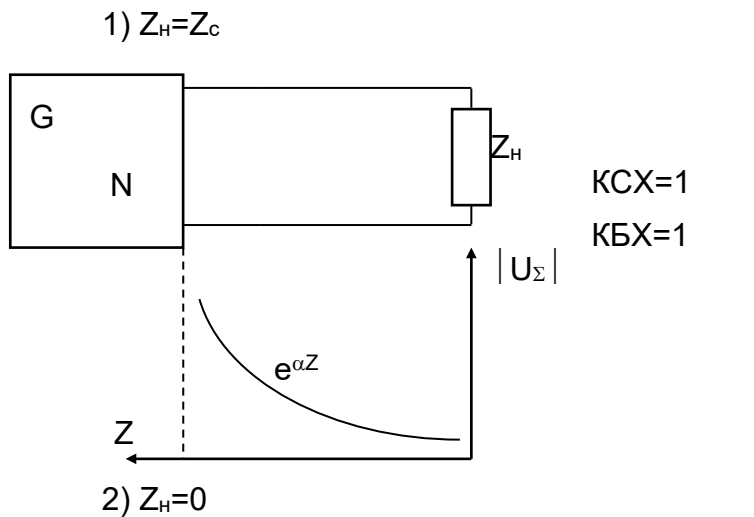
$$\dot{\Gamma} = \frac{\dot{U}_{відб}}{\dot{U}_{пад}} = \frac{\dot{U}_{mb} e^{-\dot{\gamma}Z}}{\dot{U}_{mm} e^{\dot{\gamma}Z}} = \frac{\dot{U}_{mb}}{\dot{U}_{mm}} e^{-2\dot{\gamma}Z} \quad \text{Оскільки на навантаженні } \dot{\Gamma}_n = \frac{\dot{U}_{mb}}{\dot{U}_{mm}}, \text{ то } \dot{\Gamma} = \dot{\Gamma}_n e^{-2\dot{\gamma}Z}$$

$$\dot{\Gamma}_n = \frac{\dot{Z}_n - Z_c}{\dot{Z}_n + Z_c}$$

Розглянемо випадки

- 1) $Z_n = Z_c$. Коефіцієнт відбиття $\dot{\Gamma}_n = 0$ у випадку узгодження лінії передачі (рівності опору навантаження і хвильового опору лінії) відбита хвиля відсутня.
- 2) $Z_n = 0$ (коротке замикання). Коефіцієнт відбиття $\dot{\Gamma}_n = -1$ у випадку короткого замикання хвиля повністю відбивається, при цьому фаза змінюється на протилежну.
- 3) $Z_n = \infty$ (холостий хід). Коефіцієнт відбиття $\dot{\Gamma}_n = 1$ у випадку холостого ходу повністю відбивається, при цьому фаза хвилі не змінюється.

В результаті інтерференції падаючої і відбитої хвиль утворюється сумарна хвиля, амплітуда якої гармонічно змінюється вздовж лінії.



Режими 2-4 –режими стоячої хвилі. Перерізи лінії передачі, в яких амплітуда сумарної хвилі максимальна називаються пучностями, мінімальна – вузлами.

Для характеристики режимів навантаженої лінії використовують параметри:

Коефіцієнт стоячої хвилі (KCX)
$$KCX = \frac{|U_{\max}|}{|U_{\min}|}$$

Коефіцієнт біжучої хвилі (КБХ)

$$KBX = \frac{1}{KCX}$$

$$KCX = \frac{|U_{\max}|}{|U_{\min}|} = \frac{|U_{\text{пад}}| + |U_{\text{відб}}|}{|U_{\text{пад}}| - |U_{\text{відб}}|} = \frac{1 + \frac{|U_{\text{відб}}|}{|U_{\text{пад}}|}}{1 - \frac{|U_{\text{відб}}|}{|U_{\text{пад}}|}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$$

Для розрахунку складних схем використовують поняття вхідного опору. Під вхідним опором розуміють відношення комплексної сумарної амплітуди напруги до комплексної сумарної амплітуди струму на вході. Під входом розуміють довільний переріз лінії передачі.

$$\dot{Z}_{BX} = \frac{\dot{U}_{\Sigma}(Z)}{\dot{I}_{\Sigma}(Z)}, \quad \dot{Z}_{BX}(0) = \dot{Z}_H, \quad \dot{Z}_{BX}(Z) = Z_c \frac{1 + \dot{\Gamma}(Z)}{1 - \dot{\Gamma}(Z)}$$

Для безвтратних ліній ($\alpha=0$) можна застосувати формулу

$$Z_{BX}(Z) = Z_c \frac{Z_H + jZ_c \operatorname{tg} \Theta}{Z_c + jZ_c \operatorname{tg} \Theta}, \quad \text{де } \Theta = \beta Z - \text{електрична довжина лінії передачі}$$

