

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський електромеханічний фаховий коледж

МЕТОДИЧНА РОЗРОБКА
для студентів 2 курсу з предмету
«Математика»

«Збірник тестових завдання
для підготовки до ДПА з математики
по темах:
«Обчислення, спрощення числових та
алгебраїчних виразів. Прогресії»

для спеціальностей

123 «Комп'ютерна інженерія»

151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

172 «Телекомунікації та радіотехніка»

141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

273 «Залізничний транспорт»

- обслуговування та ремонт пристроїв електрозв'язку на транспорті

- Технічне обслуговування, ремонт та експлуатація тягового рухомого складу

Викладача Дуднік С.І.

2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Київський електромеханічний фаховий коледж

**РОЗГЛЯНУТО ТА
УХВАЛЕНО**

цикловою комісією
природничо-математичних
дисциплін
Протокол №__ від
«__» _____ 20__ р.
Голова циклової комісії
_____ (С.І.Дуднік)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Заступник директора з НР
_____ (О. І.
Марченко)
“__” _____ 20__ р.

**«Збірник тестових завдання
для підготовки до ДПА з математики
по темах:
«Обчислення, спрощення числових та
алгебраїчних виразів. Прогресії»**

Викладача Дуднік С.І.

Київ 2021

ПЕРЕДМОВА

Дана методична розробка призначена у першу чергу для студентів 2 курсу коледжу для підготовки до ДПА з предмету «Математика» для повторення основних понять, формул, методів обчислення та спрощення числових та алгебраїчних виразів з алгебри за шкільний курс. Крім того збірник тестів допоможе учням шкіл, ліцеїв, гімназій у формування навиків розв'язування задач з математики.

Збірник укладено за чинною програмою з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, затвердженою Міністерством освіти і науки України.

Перед кожною темою подано основні правила та формули, необхідні для розв'язання вправ. Це дасть можливість систематизувати та узагальнити теоретичний матеріал з даної теми. Тестові завдання підбрано в порядку зростання складності, що дозволяє повторити алгоритми розв'язання різних вправ. У відповідностях подано зразок розв'язання одного із завдань. Їх можна використати для підготовки до контролю знань та вмінь з даної теми. Окремі теми мають додаткові вправи підвищеної складності для здобувачів освіти з високим рівнем підготовки.

Опрацювавши цей посібник, студент зможе систематизувати й узагальнити свої знання, уміння й навички з поданих тем математики, необхідні для успішного складання державної підсумкової атестації.

Зміст

Передмова

Тема 1. Обчислення

Тема 2. Відсотки

Тема 3. Цілі вирази

Тема 4. Дробово-раціональні вирази

Тема 5. Ірраціональні вирази

Тема 6. Показникові та логарифмічні вирази

Тема 7. Тригонометричні вирази

Тема 8. Прогресії

Список літератури

Тема 1. Обчислення.

Натуральні числа.

Множина натуральних чисел N складається з чисел, які використовуються при лічбі: $N = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$.

Будь-яке натуральне число у десятковій системі числення можна подати у вигляді сумі розрядних одиниць:

$$\overline{abc} = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c.$$

Парні числа - це числа, що закінчуються парною цифрою (0; 2; 4; 6; 8).

Непарні числа - це числа, що закінчуються непарною цифрою (1; 3; 5; 7; 9).

Додавання натуральних чисел

$$a + b = c;$$

доданок + доданок = сума.

Додавання багатоцифрових натуральних чисел виконується порозрядно (додавання цифр кожного стовпчика, починаючи з правого).

Віднімання натуральних чисел

$$a - b = c;$$

зменшуване – від’ємник = різниця.

Віднімання багатоцифрових натуральних чисел виконується порозрядно (віднімання цифр кожного стовпчика, починаючи з правого).

Множення натуральних чисел

$$a \cdot b = c;$$

множний · множник = добуток.

Множення багатоцифрових натуральних чисел виконується «в стовпчик».

Ділення натуральних чисел

$$a : b = c;$$

ділене : дільник = частка.

Ділення багатоцифрових натуральних чисел виконується «кутом».

Прості числа – це числа, що діляться на 1 та самі на себе.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, ...

Складені числа – натуральні числа, які мають більше двох дільників.

Будь-яке складене число можна розкласти на прості множники, тобто подати у вигляді добутку степені простих чисел.

Подільність натуральних чисел.

Число ділиться на	2, якщо його остання цифра ділиться на 2
	5, якщо його остання цифра ділиться на 5
	4, якщо число, складене з двох останніх цифр, ділиться на 4
	25, якщо число, складене з двох останніх цифр, ділиться на 25
	3, якщо сума його цифр ділиться на 3
	9, якщо сума його цифр ділиться на 9
	10, якщо його остання цифра 0
	6, якщо воно парне і сума його цифр ділиться на 3.
	11, сума цифр на парних місцях дорівнює сумі інших цифр

Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох натуральних чисел називається найбільше натуральне число, на яке ці числа діляться без остачі.

Щоб знайти НСД декількох чисел треба:

- 1) розкласти кожне число на прості множники і перемножити спільні прості множники в найменшій степені;
- 2) якщо одне число ділиться на друге, то менше буде їх найменшим спільним дільником;
- 3) якщо числа не мають спільних простих множників, то їх найменшим спільним дільником буде 1.

Найменше спільне кратне (НСК) кількох цілих чисел називається найменше натуральне число, яке є кратним цих чисел (ділиться на ці числа).

Щоб знайти НСК декількох чисел, треба :

- 1) розкласти кожне число на прості множники і перемножити всі різні множники в найбільшому степені;
- 2) якщо числа не мають спільних простих множників, то числа треба перемножити;
- 3) якщо одне число ділиться на друге, то більше буде їх найбільшим спільним кратним.

Звичайні дроби

Звичайним дробом називається вираз $\frac{a}{b}$, де a – чисельник, b – знаменник.

Риска дробу означає ділення. **Знаменник** показує, на скільки рівних частин ділиться число (ціла величина), **чисельник** – скільки таких частин узято.

Правильний дріб - це дріб , в якого чисельник менший знаменника.

Неправильний дріб - це дріб , в якого чисельник більший знаменника.

Мішаним числом називається сума натурального числа і правильного дробу, записана без знака «+».

$$a + \frac{b}{c} = a\frac{b}{c}.$$

Щоб з неправильного дробу **виділити цілу частину**, треба розділити з остачею чисельник на знаменник: неповна частка буде цілою частиною, остача – чисельником, а знаменник – той самий.

Щоб мішане число **перевести в неправильний дріб**, треба знаменник помножити на його цілу частину і додати до чисельника, а знаменник залишити той самий.

Основна властивість дробу

Якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на одне й те саме число, відмінне від нуля, то одержимо дріб, який дорівнює даному.

Скорочення дробу – це ділення чисельника і знаменника дробу на їх спільний дільник.

Зведення до нового знаменника – це множення чисельника і знаменника дробу на одне й те ж число.

Щоб звести до спільного знаменника декілька дробів треба:

- 1) знайти спільний знаменник – число, що ділиться на кожний з даних знаменників (НСК знаменників);

- 2) знайти додаткові множники, поділивши спільний знаменник на початкові знаменники;
- 3) помножити чисельники на додаткові множники.

Порівняння дробів

З двох дробів з **рівними знаменниками** більший той, у якого чисельник більший.

З двох дробів з **рівними чисельниками** більший той, у якого знаменник менший.

Щоб порівняти дроби з **різними знаменниками**, треба їх звести до спільного знаменника, а потім порівняти чисельники.

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a \cdot d}{bd} < \frac{c \cdot b}{bd}.$$

Додавання (віднімання) звичайних дробів

Щоб додати (відняти) дроби з **однаковими знаменниками**, треба знаменник залишити той самий, а чисельники додати (відняти):

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}.$$

Щоб додати (відняти) дроби з **різними знаменниками**, треба звести до спільного знаменника, а чисельники додати (відняти):

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{bd}.$$

Щоб додати (відняти) **мішані числа**, треба додати (відняти) цілі частини і дробові частини цих чисел.

Добутком дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник – добутку знаменників (при можливості скоротити дроб):

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

Ділення дробів замінюється множенням на обернений дріб:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Десяткові дроби

Звичайні дроби (і мішані числа), знаменник яких є числа 10, 100, 1000 і т. д., називаються **десятковими**, записують «через кому». (0,25; 3,852; 101,01).

Щоб десятковий дріб записати у вигляді звичайного дробу (мішаного числа), треба число, що стоять до коми, записати цілою частиною; число, що стоїть після коми, записати в чисельник, а в знаменнику поставити одиницю і стільки нулів, скільки стоїть цифр після коми (по можливості дріб скоротити).

Щоб записати звичайний дріб у вигляді десяткового, треба чисельник дробу поділити на знаменник.

Додавання (віднімання) десяткових дробів виконується порозрядно. В стовпчик записується кома під комою.

Множення десяткових дробів виконується як множення натуральних чисел, не звертаючи увагу на коми, у добутку справа відокремлюють комою стільки знаків, скільки їх мають обидва множники разом.

Ділення десяткового дробу на натуральне число виконується так само, як ділення натуральних чисел, тільки закінчивши ділення цілої частини, треба в частці поставити кому.

Щоб **поділити на десятковий дріб**, треба в діленому і дільнику перенести кому вправо на стільки знаків, скільки є в дільнику, а потім виконати ділення на натуральне число.

Цілі числа

Цілими числами називаються натуральні числа, протилежні їм числа і число 0. Позначають:

$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}.$$

Додавання чисел

При додаванні чисел з **однаковими** знаками, знак залишається той самий, а модулі додаються.

При додаванні чисел з **різними** знаками, ставиться знак більшого, а модулі віднімаються.

Множення (ділення) чисел

При множенні (діленні) чисел з **однаковими** знаками, ставиться знак «+» а модулі перемножуються (діляться).

При множенні (діленні) чисел з **різними** знаками, ставиться знак «-», а модулі перемножуються (діляться).

Властивості арифметичних дій

$$a + b = b + a \text{ (переставна);}$$

$$(a + b) + c = c + (b + c) \text{ (сполучна);}$$

$$a + 0 = a.$$

$$a - (b + c) = a - b - c;$$

$$(a + b) - c = (a - c) + b;$$

$$a - 0 = a.$$

$$a \cdot b = b \cdot a \text{ (переставна);}$$

$$(a \cdot b) \cdot c = c \cdot (b \cdot c) \text{ (сполучна);}$$

$$(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c \text{ (розподільна);}$$

$$a \cdot 0 = 0;$$

$$a \cdot 1 = a.$$

$$a \div 1 = a;$$

$$a \div a = 1;$$

$$0 \div a = 0.$$

На нуль ділити не можна!

Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

1.1. Яке з наведених чисел кратне числу 9?

А	Б	В	Г	Д
978999	100009	199999	253647	3333333

1.2. Знайти найбільший спільний дільник чисел 42 і 63.

А	Б	В	Г	Д
126	3	7	9	21

1.3. Знайти найбільший спільний дільник чисел 28 і 35

А	Б	В	Г	Д
7	140	70	175	280

1.4. Обчислити $1,521:0.3 - 1.9 \cdot 0.3$

А	Б	В	Г	Д
0	-0,063	5,13	4,5	-0,63

1.5. Обчислити $2 \cdot \frac{3}{4} + \frac{12}{25} : \frac{3}{20}$

А	Б	В	Г	Д
3,575	3,7	4,7	5,7	4,07

1.6. Обчислити $4\frac{2}{3} - 6\frac{3}{7} - \left(-1\frac{2}{9}\right) + 5\frac{10}{21}$

А	Б	В	Г	Д
$11\frac{23}{63}$	$4\frac{29}{63}$	$4\frac{59}{63}$	$-4\frac{29}{63}$	$3\frac{4}{63}$

1.7. Обчислити $-4.8(-2.6+3.4)+0.8$

А	Б	В	Г	Д
-7.2	-6,8	6,8	-5,2	5,2

1.8. Знайти невідомий член пропорції $(5x - 7):12 = 2:3$

А	Б	В	Г	Д
3	2	7	4	6

1.9. Вказати найбільше з наведених чисел

А	Б	В	Г	Д
0,23	0,(23)	0,233	0,2(3)	0,2(31)

1.10. Вказати звичайний дріб, який дорівнює дробу $0,1(3)$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{13}{100}$	$\frac{13}{99}$	$\frac{13}{90}$	$\frac{3}{13}$	$\frac{2}{15}$

1.11. Розкрити модуль $|\pi - 4|$

А	Б	В	Г	Д
$\pi - 4$	$\pi + 4$	-4π	$4 - \pi$	4π

1.12. Не виконуючи ділення, встановити остачу від ділення 33333333341 на 9.

А	Б	В	Г	Д
1	5	14	4	41

1.13. Швидкість равлика дорівнює $\frac{1}{12}$ м/хв. Яку відстань проповзе равлик за $6\frac{1}{4}$ години?

А	Б	В	Г	Д
0,75м	31,25м	75м	$\frac{25}{48}м$	$52\frac{1}{12}м$

1.14 Із 68 жовтих і 85 червоних троянд склали букети, розділивши жовті та червоні троянди в усі букети порівну. Скільки найбільше букетів можна одержати?

А	Б	В	Г	Д
9	20	34	17	8

1.15 Яка найменша кількість метрів тканини може бути в рулоні, щоб його можна було продати без залишку по 6 м, по 8 м, або по 10 м?

А	Б	В	Г	Д
480	60	120	240	4800

1.16 За три дні зорано 1800 га поля. За перший день зорано $\frac{2}{9}$ поля, за другий - $\frac{1}{6}$ поля. Скільки гектарів поля було зорано за третій день?

А	Б	В	Г	Д
1100	700	1200	800	900

1.17 За перший день турист пройшов $\frac{4}{9}$ усього шляху, а за другий – решту – $26\frac{2}{3}$ км. Яку відстань пройшов турист за два дні?

А	Б	В	Г	Д
$46\frac{1}{4}$ км	$54\frac{1}{3}$ км	60 км	$56\frac{1}{4}$ км	48 км

1.18 Басейн наповнюється через першу трубу за 4 години, а через другу – за 6 год. Яку частину басейну залишиться наповнити після спільної роботи обох труб протягом 2 год.?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{9}{10}$

1.19 Басейн заповнюють водою через першу трубу за a години, а через другу – за b годин. Через скільки годин можна заповнити басейн при використанні обох труб разом?

А	Б	В	Г	Д
$a + b$	$a - b$	ab	$\frac{ab}{a + b}$	$\frac{a + b}{ab}$

1.20 Майстер виготовляє одну деталь за 5 хв., а через другу, а його учень таку ж деталь – за 9 хв. Працюючи разом вони виготовили 42 деталі. Скільки деталей виготовив майстер?

А	Б	В	Г	Д
28	32	30	27	25

1.21 Добуток двох послідовних парних натуральних чисел дорівнює 728. Знайти суму цих чисел.

А	Б	В	Г	Д
56	66	54	32	28

1.22 В одну місці всі мешканці розмовляють англійською або французькою мовою. Англійською мовою розмовляє 90% всіх мешканців, французькою – 80%. Скільки відсотків мешканців володіє лише однією мовою?

А	Б	В	Г	Д
70%	60%	30%	20%	10%

Завдання передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

1.23. (ЗНО-2015) Установити відповідність між твердженнями про дріб (1-4) та дробом (А-Д), для якого це твердження є правильним.

Твердження про дріб

1 є скоротним

2 є неправильним

3 менший за 0,5

4 є оберненим до дробу $1\frac{2}{5}$

Дріб

А $\frac{5}{7}$

Б $\frac{13}{27}$

В $\frac{41}{10}$

Г $\frac{3}{4}$

Д $\frac{34}{51}$

Розв'язок

1. Дріб $\frac{34}{51}$ — скоротний, бо чисельник і знаменник мають спільний множник 17.

$$\frac{34}{51} = \frac{2}{3}.$$

Відповідь: Д.

1.24. Установити відповідність між числами (1-4) та їх записати у стандартному вигляді (А-Д).

1 73.4

2 734

3 0.734

4 0.00734

А $7,34 \cdot 10^{-3}$

Б $7,34 \cdot 10^{-2}$

В $7,34 \cdot 10^{-1}$

Г $7,34 \cdot 10$

Д $7,34 \cdot 10^2$

Розв'язок

2. Стандартний вигляд числа має вигляд

$$a \cdot 10^n, \text{ де } 1 \leq a < 10, n \in \mathbb{Z}, \text{ то } 734 = 7,34 \cdot 10^2.$$

Відповідь: Д.

1.25 Установити відповідність між періодичними десятковими дробами (1-4) та їх записами у вигляді звичайних дробів (А-Д).

1 0,(6)

2 0,2(3)

3 0,1(6)

4 0,7(30)

А $\frac{241}{330}$

Б $\frac{7}{30}$

В $\frac{3}{5}$

Г $\frac{2}{3}$

Д $\frac{1}{6}$

Розв'язок

3. Щоб перетворити дріб у звичайний треба, в чисельнику записати різницю числа, яке стоїть до другого періоду, і числа, що стоїть до першого періоду, а в знаменнику записати цифру 9 стільки разів, скільки цифр у періоді, 0 – скільки цифр між комою і першим періодом.

$$0,1(6) = 0,16666... = \frac{16-1}{90} = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}.$$

Відповідь: Д.

1.26 Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

- | | |
|----------------------------|--------------|
| 1 $ \pi - 4 + \pi - 3 $ | А $2\pi - 7$ |
| 2 $ 3 - \pi - -\pi - 4 $ | Б 7 |
| 3 $- \pi - 4 - \pi - 3 $ | В 1 |
| 4 $ \pi - 4 + -\pi - 3 $ | Г -1 |
| | Д -7 |

Розв'язок

4. Скористаємося правилом розкриття модуля

$$|x| = \begin{cases} -x, & x < 0 \\ x, & x \geq 0. \end{cases}$$

Оскільки $\pi \approx 3,14$, то

$$\left| \overbrace{\pi - 4}^{-} \right| + \left| \overbrace{-\pi - 3}^{-} \right| = -\pi + 4 + \pi + 3 = 7.$$

Відповідь: Б.

1.27. Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д)

- | | |
|--|----------|
| 1 $1000 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,0003$ | А 2,0403 |
| 2 $1000 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,04 + 10 \cdot 0,0003$ | Б 2,4003 |
| 3 $10000 \cdot 0,02 + 1000 \cdot 0,004 + 100 \cdot 0,0003$ | В 20,403 |
| 4 $100 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,00003$ | Г 24,003 |
| | Д 204,03 |

Розв'язок

1. Скористаємося правилом множення на розрядну одиницю (10, 100, 1000...), при якому кому необхідно перенести вправо на стільки знаків, скільки нулів має розрядна одиниця.

$$1000 \cdot 0,02 + 100 \cdot 0,004 + 10 \cdot 0,0003 = 20 + 0,4 + 0,003 = 20,403.$$

Відповідь: В.

1.28. Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

- | | |
|------------------------------------|---------|
| 1 $1,824 : 0,3 - 1,9 \cdot 0,2$ | А 5,048 |
| 2 $0,2432 : 0,04 - 1,9 \cdot 0,02$ | Б 5,98 |
| 3 $36,48 : 6 + 4,5 \cdot 0,2$ | В 5,7 |
| 4 $4,864 : 8 + 0,111 \cdot 40$ | Г 6,042 |
| | Д 6,98 |

Розв'язок

2. Виконаємо дії за правилами дій з десятковими дробами.

$$0,2432 : 0,04 - 1,9 \cdot 0,02 = 24,32 \div 4 - 0,038 = 6,08 - 0,038 = 6,042.$$

Відповідь: Г.

1.29 Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

- | | |
|---|-------------------|
| 1 $4 \cdot 1\frac{1}{2} + 1\frac{23}{25} : \frac{3}{20}$ | А $15\frac{1}{3}$ |
| 2 $4 : 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{3} \cdot 7\frac{1}{7}$ | Б $16\frac{1}{3}$ |
| 3 $8\frac{12}{33} \cdot \left(4\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right)$ | В $17\frac{1}{3}$ |
| 4 $\left(18\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6}\right) : 1\frac{1}{4}$ | Г $18\frac{4}{5}$ |
| | Д $19\frac{1}{3}$ |

Розв'язок

3. Виконаємо дії за правилами дій з звичайними дробами.

$$8\frac{12}{33} \cdot \left(4\frac{1}{3}^{(2)} - 2\frac{1}{2}^{(3)}\right) = \frac{276}{33} \cdot \left(2\frac{2-3}{6}\right) = \frac{276 \cdot 11}{33 \cdot 6} = \frac{46}{3} = 15\frac{1}{3}.$$

Відповідь: А.

1.30. Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

- | | |
|-------------------------------------|-------|
| 1 $-48 : (-26+34) + 80$ | А -72 |
| 2 $-120 : (-26-34) + 36 \cdot (-2)$ | Б -74 |
| 3 $68 : (7-41) - 18 \cdot 4$ | В 70 |
| 4 $-144 : (42-46) - 12 \cdot (-3)$ | Г 74 |
| | Д 72 |

Розв'язок

3. Скористаємося правилами дій з цілими числами.

$$-144 : (42-46) - 12 \cdot (-3) = 1 = -144 \div (-4) + 36 = 36 + 36 = 72.$$

Відповідь: Д.

1.31. Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

- | | |
|------------------------------------|-------------------|
| 1 $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ | А $\frac{8}{125}$ |
| 2 $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ | Б $\frac{8}{24}$ |
| 3 $\left(1\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | В $1\frac{1}{8}$ |
| 4 $\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | Г $3\frac{3}{8}$ |
| | Д $15\frac{5}{8}$ |

Розв'язок

4. Скористаємося правилом степеня з від'ємним показником, при зміні знака якого, обертається основа.

$$\left(2\frac{1}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}.$$

Відповідь: А.

1.32. (ЗНО-2013) З пунктів А і В одночасно по шосе назустріч один одному виїхали два велосипедисти. Вони їхали без зупинок зі сталими швидкостями: перший – зі швидкістю x км/год., другий – зі швидкістю y км/год. ($x > y$). Через t годин ($t > 1$) вони зустрілися в точці С і, не зупиняючись, продовжили рух без зміни напрямків.

До кожного запитання (1 – 4) добери правильну відповідь: (А – Д).

Запитання

- 1 На скільки кілометрів зменшилася відстань по шосе між велосипедистами через 1 год. після початку руху?
- 2 Чому дорівнює відстань по шосе між пунктами А і В (км)?
- 3 На скільки кілометрів більше проїхав перший велосипедист, ніж другий, за час початку руху до моменту зустрічі?
- 4 За скільки годин перший велосипедист подолає відстань по шосе від точки С до пункту В?

Відповідь

$$A (x + y)t \quad B (x - y)t \quad B \frac{yt}{x} \quad \Gamma \frac{(x-y)t}{y} \quad D x + y$$

Розв'язок

1. За 1 год. велосипедисти проїдуть x та y км відповідно. Тому відстань між ними зменшить на $x+y$ км.

Відповідь: Д.

Розв'яжіть завдання 1.33 - 1.48. Відповідь запишіть десятковим дробом.

1.33. Два пароплави заходять у порт після кожного рейсу. Перший робить рейс за 4 дні, а другий – за 6 днів. Якось у неділю вони зустрілись у порту. Через скільки днів вони зустрінуться в порту в неділю наступного разу?

1.34. Для учнів класу приготували однакові подарунки. У всіх подарунках було разом 588 цукерок, 140 яблук і 252 горіхи. **1.** Скільки учнів у класі, якщо їх більше ніж 20? **2.** Скільки цукерок одержав кожен учень?

1.35. Середній вік одинадцяти футболістів команди становить 22 роки. Під час гри один із гравців залишив поле, після чого середній вік футболістів, які залишилися, дорівнював 21 рік. Скільки років футболістів, який залишив поле?

1.36. Кішка з кошенятами з'їдають куплений господарем корм за 8 днів. Якби кішку годували саму, то їй вистачило б корму на 11 днів. На скільки повних днів вистачало б корму кошенятам?

1.37. Швидкість товарного поїзда дорівнює 60 км/год. Чому дорівнює його довжина у метрах, якщо відомо, що він проходить повз нерухомого спостерігача за 15 секунд?

1.38. Петрик зриває за 21 хвилину 48 яблук, а Сашко за 84 хвилин – 36 яблук. Скільки яблук зірве Петрик за час, за який Сашко зірве 54 яблука?

1.39. У класі із 40 учнів 30 уміють плавати, 27 – грати у шахи і 5 не вміють ні плавати, ні грати в шахи. Скільки учнів уміють плавати і грати в шахи?

1.40. (ЗНО-2011) Двоє робітників, працюючи разом, можуть скосити траву на ділянці за 2 години 6 хвилин. Скільки часу (у годинах) витратить на скошування трави на цій ділянці другий робітник, працюючи самотійно, якщо йому потрібно на виконання цього завдання на 4 години більше, ніж першому робітникові?

1.41. Катер пройшов за течією річки 60 км за деякий час. За цей же час проти течії він пройшов би 40 км. Яку відстань у кілометрах за цей час пропливе пліт?

1.42. Відстань між містами за течією річки теплохід проходить за 6 год., а проти течії – за 8 год. За скільки годин пропливе цю відстань пліт?

1.43. Автомобіль проїхав першу половину шляху зі швидкістю 60 км/год. Шлях, що залишився, половину часу він їхав зі швидкістю 80 км/год., а другу половину часу – зі швидкістю 100 км/год. Знайти у кілометрах за годину середню швидкість руху автомобіля.

1.48. Відстань між мотоциклістом і велосипедистом дорівнює 168 км, їх швидкості відповідно дорівнюють 72 км/год. і 12 км/год. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо:

1) рухатимуться назустріч один одному;

2) мотоцикліст наздоганятиме велосипедиста?

Тема 2 Відсотки

Рівність двох часток називається **пропорцією**:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Добуток крайніх членів, дорівнює добутку середніх членів:

$$a \cdot d = b \cdot c.$$

Вираження довільного члена пропорції:

$$a = \frac{b \cdot c}{d}; \quad b = \frac{a \cdot d}{c}; \quad c = \frac{a \cdot d}{b}; \quad d = \frac{b \cdot c}{a}.$$

Відсотком (процентом) числа або величини називається сота частина даного числа або величини.

$$1\% = \frac{1}{100} = 0,01.$$

Будь-яке дійсне число можна представити у вигляді відсотка, помноживши його на 100%.

Навпаки, відсоток можна представити у вигляді числа, поділивши його на 100%.

Знаходження p відсотка від даного числа a .

Щоб знайти p відсотків від числа a , треба перевести p відсотків у десятковий дріб (поділити 100) і помножити число a на одержаний дріб:

$$\frac{p}{100} \cdot a \text{ або } \left| \begin{array}{cc} x & p\% \\ a & 100\% \end{array} \right| \rightarrow x = \frac{a \cdot p}{100}$$

Знаходження цілого числа за його відсотком ($p\%$ становить b).

Щоб знайти ціле за відомою її частиною b і числом відповідних відсотків p , треба перевести відсотки p у дріб (поділити на 100) і розділити число b на одержаний дріб:

$$\frac{b}{p/100} \text{ або } \left| \begin{array}{cc} b & p\% \\ x & 100\% \end{array} \right| \rightarrow x = \frac{b \cdot 100}{p}$$

Знаходження, який відсоток становить одне число a від другого b .

Щоб знайти відсоток числа a від числа b , треба a поділити на b і помножити на 100%:

$$\frac{a}{b} \cdot 100\% \text{ або } \left| \begin{array}{cc} a & x\% \\ b & 100\% \end{array} \right| \Leftrightarrow x = \frac{a \cdot 100\%}{b}.$$

Збільшення (зменшення) числа на декілька відсотків.

Якщо число a збільшити на p %, то одержимо число

$$a \left(1 + \frac{p}{100} \right).$$

Якщо число a зменшити на p %, то одержимо число

$$a \left(1 - \frac{p}{100} \right).$$

Формула складних відсотків

Якщо A початковий вклад (капітал), p - річний відсоток, то в кінці n -го року вклад(капітал) становитиме:

$$A \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n.$$

Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

2.1 Як знайти 52% від числа 960?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{960 \cdot 100}{52}$	$\frac{52 \cdot 100}{96}$	$\frac{960 \cdot 52}{100}$	$960:52$	$960 \cdot 52$

2.2 Як знайти число, 60% якого дорівнюють 360?

А	Б	В	Г	Д
$360 \cdot 60$	$\frac{360}{60}$	$\frac{60 \cdot 100}{360}$	$\frac{360 \cdot 60}{100}$	$\frac{360 \cdot 100}{60}$

2.3 Як встановити, скільки відсотків становить число 9 від 96?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{9 \cdot 100}{96}$	$\frac{96 \cdot 9}{100}$	$\frac{96 \cdot 100}{9}$	$\frac{9}{96}$	$\frac{96}{9}$

2.4 Банк сплачує своїм вкладникам 8% річних. Визначити, скільки грошей потрібно внести на рахунок, щоб через рік отримати 60 грн. прибутку.

А	Б	В	Г	Д
1150 грн.	1050 грн.	950 грн.	850 грн.	750 грн.

2.5 Уміст олова у сплаві становить 40%. Скільки грамів олова у 300 г такого ж сплаву?

А	Б	В	Г	Д
$133\frac{1}{3}$ г	120 г	75 г	$13\frac{1}{3}$ г	240 г

2.6 Сплав містить 50 г олова і 200 г міді. Який відсотковий уміст олова у сплаві?

А	Б	В	Г	Д
24%	40%	20%	25%	50%

2.7 Вкладник вніс до банку 2000 грн., а через рік отримав 2160 грн. Під який відсоток річних були покладені гроші?

А	Б	В	Г	Д
12%	8%	6%	14%	16%

2.8 10%-й розчин солі містить 180 г води. Яка маса цього розчину?

А	Б	В	Г	Д
198 г	190 г	1800 г	200 г	400 г

2.9 Ціна товару дорівнює 64 грн. Після зниження ціни товар коштував 56 грн. На скільки відсотків було знижено ціну?

А	Б	В	Г	Д
25%	8%	10%	$14\frac{2}{7}$	12,5%

2.10 Скільки відсотків від 180 становлять 15% від 300?

А	Б	В	Г	Д
15%	20%	25%	30%	40%

2.11 Сплав, маса якого дорівнює 320 кг, містить 20% олова, 144 кг свинцю і решту – домішки. Визначити відсотковий уміст домішок.

А	Б	В	Г	Д
80%	25%	35%	55%	48,75%

2.12 Скільки відсотків становить НСД(99; 126) від НСК(12; 20)?

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

25%	20%	15%	10%	30%
-----	-----	-----	-----	-----

2.13 Ціна товару була підвищена на 25%. На скільки відсотків необхідно зменшити нову ціну товару, щоб одержати початкову?

А	Б	В	Г	Д
25%	15%	35%	20%	10%

2.14 Власник клубу має стабільний прибуток. Щоб збільшити прибуток, він підвищив ціну на квитки на 25%. Кількість відвідувачів значно зменшилася, і він вимушений був повернутися до початкової ціни квитка. На скільки відсотків власник клубу зменшив ціну квитка?

А	Б	В	Г	Д
125%	100%	25%	20%	Інша відповідь

2.15 Деяке додатне число спочатку збільшили на 50%, а потім одержане число зменшили на 50%. Як змінилося початкове число?

А	Б	В	Г	Д
Не змінилося	Зменшилося на 25%	Зменшилося на 20%	Зменшилося на 5%	Збільшилося на 5%

2.16 На скільки відсотків збільшиться об'єм куба, якщо його ребро збільшити на 50%?

А	Б	В	Г	Д
237,5%	125%	150%	50%	337,5%

2.17 Вкладник вніс до банку 1000 грн. під 8% річних. Яку суму він матиме на рахунку через 3 роки?

А	Б	В	Г	Д
$3 \cdot 1000 \cdot 1,08$	$3 \cdot 1000 \cdot 0,08$	$3 \cdot 1000 \cdot 0,08^2$	$3 \cdot 1000 \cdot 0,08^3$	$3 \cdot 1000 \cdot 1,08^3$

2.18 Число а становить 25% числа b. Скільки відсотків становить число b від числа а.

А	Б	В	Г	Д
400%	200%	250%	750%	500%

2.19 Товар подешевшав на 20%. На скільки відсотків більше можна купити товару за ту ж кількість грошей?

А	Б	В	Г	Д
25%	20%	10%	40%	5%

2.20 Тривалість робочого дня зменшилась з 8 год. до 6 год. На скільки відсотків потрібно підвищити продуктивність праці, щоб випуск продукції залишився тим же?

А	Б	В	Г	Д
20%	25%	$33\frac{1}{3}\%$	35%	$24\frac{1}{3}\%$

2.21 Машиніст провів поїзд за 7 год. 30 хв. замість 9 год. за графіком. На скільки відсотків було збільшено середню швидкість.

А	Б	В	Г	Д
20%	$16\frac{2}{3}\%$	25%	15%	30%

2.22 У сплаві міді та цинку мідь становить $\frac{1}{7}$ частину маси цинку. Який відсотковий уміст міді у сплаві?

А	Б	В	Г	Д
$14\frac{2}{7}\%$	12,5%	25%	45%	6,2%

2.23 2 кг сплаву міді з оловом містить 40% міді. Скільки потрібно додати до цього сплаву олова, щоб отриманий сплав містив 16% міді.

А	Б	В	Г	Д
3 кг	2,5 кг	2 кг	4 кг	3,5 кг

Завдання передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

2.24. Установіть відповідність між частинами (1-4) та відсотками (А-Д).

- | | | |
|---|---------------|---------|
| 1 | $\frac{1}{4}$ | А 40% |
| 2 | $\frac{2}{5}$ | Б 20% |
| 3 | $\frac{1}{8}$ | В 80% |
| 4 | $\frac{4}{5}$ | Г 12.5% |
| | | Д 25% |

Розв'язок

1. Щоб дріб перевести у відсоток треба помножити на 100%.

$$\frac{1}{4} \cdot 100\% = 25\%.$$

Відповідь: Д.

2.25. Установіть відповідність між затушованими частинами круга (1-4) та відсотками (А-Д), які вони становлять від круга.

- | | | |
|---|---|---------------------|
| 1 |  | А $62\frac{1}{2}\%$ |
| 2 |  | Б $58\frac{1}{3}\%$ |
| 3 |  | В $83\frac{1}{3}\%$ |
| 4 |  | Г 75% |
| | | Д $66\frac{2}{3}\%$ |

Розв'язок

2. Заштрихована частина складає $\frac{2}{3}$.

$$\frac{2}{3} \cdot 100\% = \frac{200}{3}\% = 66\frac{2}{3}\%.$$

Відповідь: Д.

2.26. Установити відповідність між завданнями (1-4) та їх розв'язання (А-Д).

- | | |
|---|----------------------------------|
| 1 Скільки відсотків становить число 40 від числа 240? | А $\frac{240 \cdot 40\%}{100\%}$ |
| 2 Знайти 40% від числа 240. | Б $\frac{240 \cdot 40\%}{100}$ |
| 3 Знайти число, 40% якого дорівнюють 240. | В $\frac{240 \cdot 100\%}{40}$ |
| 4 Скільки відсотків становить число 240 від числа 40? | Г $\frac{240 \cdot 100\%}{40\%}$ |
| | Д $\frac{40 \cdot 100\%}{240}$ |

Розв'язок

3. Складемо пропорцію

$$\frac{100\%}{40\%} = \frac{240}{?} \rightarrow \frac{40\% \cdot 240}{100\%}.$$

Відповідь: А.

2.27. Кількість дівчат у класі становить $\frac{1}{4}$ кількості хлопців. Установити відповідність між завданнями (1-4) та відповідями (А-Д) до них.

- | | |
|---|--------|
| 1 Скільки відсотків хлопців у класі? | А 20% |
| 2 Скільки відсотків дівчат у класі? | Б 75% |
| 3 Знайти відсоткове відношення кількості дівчат до кількості хлопців. | В 25% |
| 4 Знайти відсоткове відношення кількості хлопців до кількості дівчат. | Г 80% |
| | Д 400% |

Розв'язок

4. Нехай x - кількість хлопців, тоді $\frac{1}{4}x$ - кількість дівчат, а $\frac{5}{4}x$ - всього дітей в класі.

Складемо пропорцію

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{1}{4}x & 100\% \\ x & ? \end{array} \right| \rightarrow \frac{x \cdot 100\%}{\frac{1}{4}x} = 400\%.$$

Відповідь: Д.

2.28. Установіть відповідність між задачами (1-4) та відповідями (А-Д) до них.

- | | |
|---|----------|
| 1 Вкладник вніс до банку 11000грн під 13% річних.
Скільки гривень становитиме прибуток через рік? | А 12320 |
| 2 Вкладник вніс до банку 11000 грн. під 12% річних.
Скільки гривень буде на його рахунку через рік? | Б 1382,4 |
| 3 Вкладник вніс до банку 4000 грн. під 16% річних.
Скільки гривень становить прибуток через 2 роки? | В 1340 |
| 4 Вкладник вніс до банку 1000 грн. під 20% річних.
Скільки гривень буде на його рахунку через 2 роки ? | Г 1430 |
| | Д 1440 |

Розв'язок

1. Складемо пропорцію

$$\left| \begin{array}{cc} 11000 \text{ грн} & 100\% \\ ? & 13 \end{array} \right| \rightarrow \frac{13 \cdot 11000}{100} = 1430 \text{ грн.}$$

Відповідь: Г.

Розв'яжіть завдання 2.29-2.41. Відповідь запишіть десятковим дробом.

- 2.29.** 2кг сплаву міді з оловом містить 40% міді. Скільки кілограмів олова потрібно додати до цього сплаву, щоб отриманий сплав містив 25% міді?
- 2.30.** Скільки кілограмів води потрібно випарувати зі 100 кг 10%-го розчину солі, щоб одержати розчин з концентрацією 20%?
- 2.31.** Додатне число А більше додатного числа В у 3,8 разу. На скільки відсотків число А більше за число В?
- 2.32.** З молока одержують 21% вершків, а з вершків – 24% масла. Зі скількох тонн молока можна одержати 126 кг масла?
- 2.33.** Змішали 2 л молока, жирність якого дорівнює 6%, і 3 л молока, жирність якого дорівнює 8%. Знайдіть у відсотка жирність утвореної суміші .
- 2.34.** Щоб одержати 800 г 50%-го розчину нітратної кислоти, слід змішати 60%-й розчин цієї кислоти з 20%-м розчином. Скільки грамів 20% розчину використали?
- 2.35.** До 400 г 5%-го розчину солі додали сіль й одержали 24%-й розчин. Яка маса утвореного розчину у грамах?

2.36. У магазині молоджного одягу діє акція: при покупці будь-яких двох однакових футболок за одну з них платять на 40% менше, ніж за іншу. За дві однакові футболки, придбані в цьому магазині під час акції, Микола заплатив 200 гривень. Скільки гривень заплатить Микола, якщо він купить лише одну таку футболку?

2.37. Ребро куба збільшили на 50%. На скільки відсотків збільшились:

1) площа поверхні куба. 2) об'єм куба?

2.38. Початкова вартість сукні становила 144 грн. Унаслідок уцінення вартість цієї сукні була зменшено на 60%.

1) Обчислити вартість сукні після уцінення (у грн).

2) Скільки відсотків становить початкова вартість сукні від її вартості після уцінення?

2.39 У магазині в продажу є музичні диски, диски з науково-популярними фільмами та диски з художніми фільмами. Кількість дисків із науково-популярними фільмами в п'ять разів більша за кількість музичних дисків і вдвічі менша за кількість дисків із художніми фільмами. Загальна кількість дисків у цьому магазині дорівнює 192.

1) Скільки відсотків становить кількість музичних дисків від загальної кількості всіх дисків у магазині?

2) Визначити кількість дисків із науково-популярними фільмами в цьому магазині.

2.40. Встановити, який відсоток річних нараховує банк, якщо через два роки за початкового вкладу 800 грн на рахунок стає 882 грн.

2.41. Ціна вхідного квитка в кінотеатр становить 36 грн. Після зменшення вхідної плати кількість глядачів збільшиться на 50%, а виручка – на 25%. Скільки гривень став коштувати квиток?

Тема 3 Цілі вирази

Одночлени та многочлени

Одночленом називають добуток, що складається з числового множника, який називається **коефіцієнтом**, і натуральних степенів чисел, позначених буквами.

Степенем одночлена називають суму всіх показників степенів букв.

Два одночлена називаються **подібними**, якщо вони однакові або відрізняються тільки коефіцієнтами.

Сума подібних одночленів дорівнює одночлену, що подібний даному, з коефіцієнтом, що дорівнює сумі коефіцієнтів доданків.

Щоб **помножити декілька одночленів**, треба перемножити їх коефіцієнти, а показники однакових букв додати.

Щоб **піднести одночлен до степеня**, треба до цього степеня піднести кожний множник.

Щоб **поділити декілька одночленів**, треба поділити їх коефіцієнти, а показники однакових букв відняти.

Многочленом називається сума одночленів.

Степенем многочлена називається найвищий степінь одночлена, що входить в даний многочлен, записаний в стандартному вигляді (у вигляді суми попарно неподібних одночленів).

Щоб **додати або відняти многочлени**, треба розкрити дужки і звести подібні доданки, користуючись правилом розкривання дужок:

- якщо перед дужками знак «+», то дужки можна опустити, зберігаючи знаки кожного одночлена;
- якщо перед дужками знак «-», то дужки можна опустити, змінюючи знак кожного одночлена.

Щоб **помножити одночлен на многочлен**, треба цей одночлен помножити на кожний член многочлена, і знайдені добутки додати.

Щоб **помножити многочлен на многочлен**, треба кожний член одного многочлена помножити на кожний член другого многочлена, і знайдені добутки додати.

Формули скороченого множення.

Добуток суми на різницю двох виразів дорівнює **різниці квадратів** цих виразів

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2.$$

Квадрат двочлена дорівнює квадрату першого виразу, плюс подвоєний добуток першого на другий виразів, плюс квадрат другого виразу

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$

Добуток суми двох одночленів на неповний квадрат їх різниці, дорівнює **сумі кубів** цих одночленів

$$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3.$$

Добуток різниці двох одночленів на неповний квадрат їх суми, дорівнює **різниці кубів** цих одночленів

$$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3.$$

Куб двочлена дорівнює кубу першого одночлена, плюс потроєний добуток квадрата першого на другий, плюс потроєний добуток першого на квадрат другого, плюс куб другого одночлена

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3; \quad (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

Розкладання на множники.

- 1) Винесення спільного множника за дужки: $ac \pm bc = c(a \pm b)$.
- 2) Спосіб групування (розкладання на множники в декілька етапів).
- 3) Використання формул скороченого множення:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

- 4) Розкладання квадратного тричлена на множники.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

де x_1, x_2 – корені квадратного рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, $D = b^2 - 4ac$; $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

або для $x^2 + bx + c = 0$ теорема Вієтта $x_1 + x_2 = -b$ та $x_1 \cdot x_2 = c$.

Степінь та його властивості.

Степенем числа з a натуральним показником n називають добуток n однакових множників, кожний із яких дорівнює a :

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n, \text{ де } a - \text{основа степені, } n - \text{показник степені.}$$

$$- a^1 = a; \quad a^0 = 1;$$

- при множенні степенів з однаковою основою, основа залишається, а показники додаються

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

- при діленні степенів з однаковою основою основа залишається, а показники віднімаються

$$a^n \div a^m = a^{n-m};$$

- при піднесенні степеня до степеня основа залишається, а показники перемножуються

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m};$$

- при піднесенні до степеня добутку, треба піднести до цього степеня кожний множник

$$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m;$$

- при піднесенні до степеня дробу, треба піднести до цього степеня чисельник та знаменник дробу

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m};$$

- при зміні знака в показнику степеня обертається основа степеня

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

3.1. Обчислити: $9999 \cdot 1001 + 1001$.

А	Б	В	Г	Д
1010000	10100	101001	101000	10010000

3.2. Обчислити: $(-1)^1 + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{2008}$.

А	Б	В	Г	Д
2008	-2008	0	1	-1

3.3. Обчислити: $\frac{9^{5.4^3}}{27^{4.2^5}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{9}$	1	2	$\frac{2}{27}$	$\frac{4}{9}$

3.4. Обчислити: $\frac{4 \cdot 3^{32} + 9 \cdot 3^{30}}{9^{16}}$.

А	Б	В	Г	Д
$4 \cdot 3^{16}$	15	13	$4 \cdot 3^{14}$	5

3.5. Знайти значення виразу $\frac{5^{3n+2} \cdot 2^{3n+1}}{1000^n}$.

А	Б	В	Г	Д
2	10^n	5	50	10^{n+2}

3.6. На скільки $\frac{4^{a+1} - 2^{2a-1}}{2^{2a}}$ менше від 9?

А	Б	В	Г	Д
3,5	3	4,5	5,5	7

3.7. Подати у вигляді многочлена вираз $\overline{abc} + \overline{cab}$.

А	Б	В	Г	Д
$110a + 11b + 101c$	$2a + 2b + 2c$	$200a + 20b + 2c$	$200a + 2b + 20c$	$111a + 11b + c$

3.8. Відомо, що $a + b = 1$, $b + c = 2$, $a + c = 3$. Знайти $3(a + b + c)$

А	Б	В	Г	Д
6	9	12	15	18

3.9. (ЗНО-2013) Указати вираз, тотожно рівний виразу $(2x + 5) \cdot (3 - x)$.

А	Б	В	Г	Д
$15 + x - 2x^2$	$15 + x + 2x^2$	$15 + 6x - 2x^2$	$15 + 11x - 2x^2$	$15 + 11x + 2x^2$

3.10. Спростити вираз $(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1) \cdot \dots \cdot (2^{32} + 1) + 1$.

А	Б	В	Г	Д
2^{34}	2^{64}	$2^{64} + 2$	$2^{34} + 2$	$2^{34} - 2$

3.11. (ЗНО-2015) $2(5x + 6) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$10x + 12$	$10x + 6$	$7x + 8$	$7x + 12$	$5x + 8$

3.12*. Подати многочлен $0,25x^2 + y^2 - xy - t^2$ у вигляді добутку.

А	Б	В	Г	Д
$(0,25x - y - t) \times (0,25x + y + t)$	$(0,25x - y - t) \times (0,25x - y + t)$	$(0,05x - y - t) \times (0,05x - y + t)$	$(0,5x - y - t) \times (0,5x - y + t)$	$(0,5x - y + t) \times (0,5x + y + t)$

3.13*. Розкласти многочлен $x^4 + x^2 + 1$ на множники і знайти суму вільних членів многочленів розкладу.

А	Б	В	Г	Д
2	4	0	1	-1

3.14. Знайти $(a - b)^2$, якщо $(a + b)^2 = 36$, $a^2 - b^2 = 24$.

А	Б	В	Г	Д
2	4	8	16	32

3.15. Знайти $(a + b)^4$, якщо $(ab)^3 = 125$, $a^2 + b^2 = 15$.

А	Б	В	Г	Д
25	225	400	500	625

3.16. $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2007 - 2008 = \dots$

А	Б	В	Г	Д
2008	-2008	1004	-1004	0

3.17. $(200 + 1)(200 - 2)(200 + 3)(200 - 4)\dots(200 - 2018)(200 + 2019) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
2008000	-2008000	1004000	-1004000	0

3.18. Знайти x , якщо $222222x = 111111 + 222222 + 333333 + 444444$.

А	Б	В	Г	Д
1	4	5	10	12

3.19. Обчислити: $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots + 99^2 - 100^2 + 101^2$.

А	Б	В	Г	Д
-500	4949	$101^2 - 1$	-50	5151

3.20. Спростити вираз: $70 \cdot (71^9 + 71^8 + 71^7 + \dots + 71^2 + 71) + 71$.

А	Б	В	Г	Д
70^{10}	$71^{10} - 1$	71^{10}	$71^{10} + 1$	$70^{10} - 1$

3.21. Якою цифрою закінчується значення виразу $11^6 + 14^6 - 13^3$?

А	Б	В	Г	Д
0	2	3	5	7

3.22. Знайти частку від ділення многочленів $x^4 - x^2 + x + 1$ та $x^3 - x^2 + 1$.

А	Б	В	Г	Д
$x^2 - 1$	x	$x - 1$	$x + 1$	$x^2 + 1$

3.23. Знайти остачу від ділення многочлена $x^3 + 5x^2 - x - 4$ на двочлен $x - 1$.

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	-1	-2

Завдання передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

3.24. Установити відповідність між виразами (1–4) та тотожно рівними їм виразами (А–Д).

- | | |
|--------------------------|-------------|
| 1 $x^2 - (x - 1)(x + 3)$ | А $2x + 3$ |
| 2 $x^2 - (x + 1)(x + 3)$ | Б $4x - 3$ |
| 3 $x^2 - (x - 1)(x - 3)$ | В $-4x - 3$ |
| 4 $x^2 - (x + 1)(x - 3)$ | Г $-4x + 3$ |
| | Д $-2x + 3$ |

Розв'язок

1. Розкриємо дужки і зведемо подібні доданки.

$$x^2 - (x - 1)(x + 3) = x^2 - x^2 - 3x + x + 3 = -2x + 3.$$

Відповідь: Д

3.25. Установити відповідність між виразами (1–4) та тотожно рівними їм виразами (А–Д).

- | | |
|----------------------------------|-----------------|
| 1 $(a - 2b)^2 - (a - b)(a + b)$ | А $2ab - 5a^2$ |
| 2 $(2a + b)(b - 2a) - (a - b)^2$ | Б $2ab - 5b^2$ |
| 3 $(-2a - b)^2 - (a - b)^2$ | В $-4ab + 5b^2$ |
| 4 $-(2a - b)^2 - (a - b)(a + b)$ | Г $4ab - 5a^3$ |
| | Д $6ab + 3a^2$ |

Розв'язок

2. Скористаємося формулою квадрата двочлена і різниці квадратів.

$$(2a + b)(b - 2a) - (a - b)^2 = b^2 - 4a^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 2ab - 5a^2.$$

Відповідь: А

3.26. Установити відповідність між виразами (1–4) та тотожно рівними їм виразами (А–Д).

- | | |
|------------------------|--------------------|
| 1 $ax - ay - by + bx$ | А $(a + b)(y - x)$ |
| 2 $ax + ay - bx - by$ | Б $(a + b)(x - y)$ |
| 3 $-ax + ay + bx - by$ | В $(a - b)(x - y)$ |
| 4 $ax - ay - bx + by$ | Г $(a - b)(y - x)$ |
| | Д $(a - b)(x + y)$ |

Розв'язок

3. Розкладемо на множники методом групування.

$$-ax + ay + bx - by = -a(x - y) + b(x - y) = (x - y)(b - a) = (y - x)(a - b).$$

Відповідь: Г

3.27. Установити відповідність між виразами (1–4) та тотожно рівними їм виразами (А–Д).

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1 $4(x - y)^2 - 9y^2$ | А $(x + 3y)(5x - 3y)$ |
| 2 $4(x - y)^2 - 9x^2$ | Б $(x - 3y)(5x - 3y)$ |
| 3 $9(x - y)^2 - 4y^2$ | В $(x + 2y)(2y - 5x)$ |
| 4 $9(y - x)^2 - 4x^2$ | Г $(2x + y)(2x - 5y)$ |
| | Д $(3x - 5y)(3x - y)$ |

Розв'язок

4. Розкладемо на множники за формулою різниці квадратів.

$$\begin{aligned} 9(y - x)^2 - 4x^2 &= (3(y - x) - 2x)(3(y - x) + 2x) = (3y - 3x - 2x)(3y - 3x + 2x) \\ &= (3y - 5x)(3y - x) = (5x - 3y)(x - 3y). \end{aligned}$$

Відповідь: Б

3.28. (ЗНО-2012) До кожного виразу (1–4) доберіть тотожно рівний йому вираз (А–Д).

- | | |
|----------------------------|--------------------|
| 1 $(a - 8)(a + 8)$ | А $a^2 - 16a + 64$ |
| 2 $(a - 8)^2$ | Б $a^2 - 64$ |
| 3 $(a - 4)(a^2 + 4a + 16)$ | В $a^2 - 20a + 64$ |
| 4 $(a - 4)(a - 16)$ | Г $a^3 + 64$ |
| | Д $a^3 - 64$ |

Розв'язок

Застосуємо формулу різниці квадратів.

$$(a - 8)(a + 8) = a^2 - 64.$$

Відповідь: Д

Тема 4 Дробово-раціональні вирази

Алгебраїчним дробом називається дріб, чисельник і знаменник якого є алгебраїчними виразами (містить змінну).

Область допустимих значень (**ОДЗ**) алгебраїчного дробу є множина значень, при яких знаменник не дорівнює нулю.

Основна властивість дробу

При множенні чисельника і знаменника дробу на один і той самий вираз одержуємо дріб, рівний даному.

Скорочення алгебраїчних дробів

Щоб скоротити алгебраїчний дріб, треба чисельник і знаменник розкласти на множники і поділити на однакові вирази чисельник і знаменник.

Дії з алгебраїчними дробами

Щоб **додати (відняти)** дробу з **однаковими знаменниками**, треба додати (відняти) їх чисельники, а знаменник залишити той самий.

Щоб **додати (відняти)** дробу з **різними знаменниками**, треба:

- 1) розкласти знаменники на множники;
- 2) знайти спільний знаменник (перемножити різні множники в найвищій степені);
- 3) знайти і записати додаткові множники для кожного дробу (множники зі спільного знаменника, яких немає в даному знаменнику);
- 4) додати (відняти) добутки чисельників і додаткових множників;
- 5) спростити (якщо це можливо) одержаний дріб.

Щоб **помножити** дріб на дріб, треба перемножити їх чисельники та перемножити їх знаменники, перший добуток записати чисельником, а другий – знаменником.

Щоб **поділити** дріб на інший дріб, треба перший дріб помножити на дріб, обернений до другого.

Умова рівності дробу нулю

Дріб дорівнює нулю, якщо чисельник дорівнює нулю, а знаменник не дорівнює нулю.

$$\frac{f(x)}{g(x)} = 0 \leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0, \\ g(x) \neq 0. \end{cases}$$

Тотожне перетворення раціональних алгебраїчних виразів означає звести вираз до дробу, чисельник і знаменник якого є многочленами стандартного вигляду. При цьому послідовність виконання перетворень така сама, як і послідовність виконання дій у числових виразах.

Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

4.1 $\frac{8}{5a-2} + \frac{3}{2-5a} =$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{11}{2-5a}$	$\frac{11}{5a-2}$	$\frac{5}{2-5a}$	$\frac{5}{5a-2}$	$\frac{24}{5a-2}$

$$4.2 \frac{c^2}{c^2-4} - \frac{c}{c-2} =$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2c}{4-c^2}$	$\frac{2c}{c^2-4}$	$\frac{c^2}{c^2-4}$	$\frac{c^2}{4-c^2}$	$\frac{c^2-c}{c^2-4}$

$$4.3 \frac{a^2-14a+49}{a^2} \cdot \frac{a^6}{a^2-49} =$$

А	Б	В	Г	Д
$a^4(a-7)$	$\frac{a^3(a-7)}{a+7}$	$\frac{a^4(a-7)}{a+7}$	$-14a^5$	$\frac{a^4(a+7)}{a-7}$

$$4.4 (b+20): \frac{b^2+20b}{3} =$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{b^2}{3}$	$\frac{b(b+20)^2}{3}$	$\frac{b}{3}$	$\frac{3}{b}$	$\frac{3}{b^2}$

$$4.5 \frac{7}{ab} - \frac{3a+6}{a} \cdot \frac{5}{a+2} =$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{7-15a}{ab}$	$\frac{7-15b}{ab}$	$\frac{7+15b}{ab}$	$\frac{7+15a}{ab}$	$\frac{7b-15}{ab}$

$$4.6 \left(\frac{1}{a+1} + \frac{1}{a} \right) : (2a+1) =$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{(2a+1)^2}$	$\frac{a(a+1)}{(2a+1)^2}$	$\frac{(2a+1)^2}{a(a+1)}$	a^2+a	$\frac{1}{a^2+a}$

$$4.7 a + \frac{81}{a-9} + 9 =$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a-9}{a^3}$	$\frac{a^3}{a-9}$	$\frac{a+90}{a-9}$	$\frac{a-9}{a+90}$	$\frac{81}{a^2-81}$

$$4.8 \frac{a^3+8}{a^3-4a} \cdot \frac{7a-14}{a^2-2a+4} + \frac{a}{7} =$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2a}{7}$	$\frac{7a}{a+7}$	$\frac{a+7}{7a}$	$\frac{a^2+49}{7a}$	$\frac{7a}{a^2+49}$

$$4.9 (a^2-b^2):(a^{-1}+b^{-1}) =$$

А	Б	В	Г	Д
$ab(a-b)$	$\frac{1}{ab(a-b)}$	$\frac{ab}{a-b}$	$\frac{a-b}{ab}$	$ab(a+b)$

$$4.10 \frac{a^6+a^{13}}{a^{-6}+a^{-13}} =$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{a^{19}}$	$\frac{1}{a^{78}}$	a^{78}	a^{19}	$\frac{1}{a^7}$

4.11 Визначити m із співвідношення $\frac{m}{2} = \frac{3}{n}$ де n не дорівнює 0

А	Б	В	Г	Д
$m=6n$	$m = \frac{6}{n}$	$m = \frac{2n}{3}$	$m = \frac{3}{2n}$	$m = \frac{n}{6}$

4.12 Якщо $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ то $c=...$

А	Б	В	Г	Д
$a-b$	$\frac{ab}{b-a}$	$\frac{a-b}{ab}$	$\frac{ab}{a-b}$	ab

4.13 $\frac{a+b}{b}$. Знайти значення виразу $\frac{b}{a}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	4	3	$\frac{1}{3}$	5

4.14 $a + a^{-1} = b$. Знайти значення виразу $a^2 + a^{-2}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{b^2 - 2}$	$\frac{1}{b^2}$	$b^2 - 2$	$2b-1$	$b^2 + 2$

4.15 Якщо $y = \frac{x^2}{z}$ ($x \neq 0, z \neq 0$), то $\frac{1}{x^2} =$

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{zy}$	$\frac{z}{y}$	$\frac{y}{z}$	yz	$\frac{1}{yz}$

4.16 $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1+a}} = ..$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a+3}{2}$	$\frac{2a+3}{a+2}$	$\frac{2a+1}{a+2}$	$\frac{a+2}{2a+1}$	$\frac{2a+1}{2a+2}$

4.17 $\frac{a+a^2+...+a^{2020}}{a^{-1}+a^{-2}+...+a^{-2020}} = ...$

А	Б	В	Г	Д
a^{2020}	a^{2021}	$\frac{1}{a^{2021}}$	$\frac{1}{a^{2019}}$	a^{2019}

4.18 $\frac{3}{1-a^3} + \frac{3}{1+a^3} + \frac{6}{1+a^6} + \frac{12}{1+a^{12}} + \frac{24}{1+a^{24}} + \frac{48}{1+a^{48}} = ...$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{96}{1-a^{96}}$	$\frac{1-a^{96}}{96}$	$\frac{96}{1+a^{48}}$	$\frac{96}{1+a^{96}}$	$\frac{48}{1-a^{48}}$

4.19 $\frac{a}{b} = 2$. Знайти значення виразу $\frac{4b^2+a^2}{a^2-ab}$

А	Б	В	Г	Д
-16	8	4	-8	-4

4.20 Обчислити $\frac{1}{1*2} + \frac{1}{2*3} + \frac{1}{3*4} + \frac{1}{4*5} + \frac{1}{5*6} + \frac{1}{6*7} + \frac{1}{7*8} = ...$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{7}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{56}$	$\frac{7}{8}$	$-\frac{1}{8}$

Завдання передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

4.21 Установити відповідність між варіантом (1-4) та виразами, які їм тотожно дорівнюють (А-Д).

- | | |
|--|---|
| 1. $\frac{a^2-b^2}{a+b} \cdot (a-b)$ | А 0 |
| 2. $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b} - \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$ | Б $(a+b)^2$ |
| 3. $\frac{a^3+b^3}{a+b} + 3ab$ | В $-4a^3$ |
| 4. $4a^2 + 4a$ | Г $(2a+1)^2 - 1$
Д $a^2 - 2ab + b^2$ |

Розв'язок

1. Застосуємо формули скороченого множення

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} \cdot (a-b) = \frac{(a-b)(a+b)}{a+b} \cdot (a-b) = (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Відповідь: Д

4.22 Установити відповідність між дробовими виразами (1-4) та тотожно рівними їм нескоротними дробами (А-Д).

- | | |
|---------------------------|---|
| 1. $\frac{ay-ax}{by-bx}$ | А $-\frac{a}{b}$ |
| 2. $\frac{ax-bx}{a^2-ab}$ | Б $-\frac{b}{a}$ |
| 3. $\frac{bx-by}{ay-ax}$ | В $\frac{a}{b}$ |
| 4. $\frac{a^2-ab}{bx-ax}$ | Г $\frac{x}{a}$
Д $-\frac{a}{x}$ |

Розв'язок

2. Розкладемо чисельник і знаменник на множники

$$\frac{ax-bx}{a^2-ab} = \frac{x(a-b)}{a(a-b)} = \frac{x}{a}.$$

Відповідь: Г

4.23 Установити відповідність між різницями (1-4) та тотожно рівним їм дробами (А-Д).

- | | |
|------------------------------------|--|
| 1. $\frac{a}{a+b} - \frac{b}{a-b}$ | А $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$; |
| 2. $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}$ | Б $\frac{a^2+2ab-b^2}{a^2-b^2}$; |
| 3. $\frac{a}{b-a} - \frac{b}{a+b}$ | В $\frac{b^2+2ab-a^2}{a^2-b^2}$; |
| 4. $\frac{b}{a-b} - \frac{a}{a+b}$ | Г $\frac{b^2-2ab-a^2}{a^2-b^2}$;
Д $\frac{a^2-2ab-b^2}{a^2-b^2}$ |

Розв'язок

3. Зведемо дроб до спільного знаменника

$$\frac{a(a+b)}{b-a} - \frac{b(b-a)}{a+b} = \frac{a^2+ab-b^2+ba}{(b-a)(a+b)} = \frac{a^2+2ab-b^2}{b^2-a^2} = \frac{b^2-2ab-a^2}{a^2-b^2}.$$

Відповідь: В

4.24 Установити відповідність між виразами (1-4) та тотожно рівним їм дробом (А-Д).

- | | |
|--------------------------|-------------------------|
| 1. $a^2 - \frac{1}{a}$; | А $\frac{1-a^2}{a}$; |
| 2. $1 - \frac{1}{a^2}$; | Б $\frac{1-a^2}{a^2}$; |
| 3. $\frac{1}{a^2} - 1$; | В $\frac{1-a^3}{a}$; |
| 4. $\frac{1}{a} - a$; | Г $\frac{a^2-1}{a^2}$; |
| | Д $\frac{a^3-1}{a}$; |

Розв'язок

4. Зведемо дроб до спільного знаменника

$$\frac{1}{a} - a = \frac{1-a^2}{a}.$$

Відповідь: Б

4.25 Установити відповідність між частинами (1-4) та тотожно рівним їм дробом (А-Д).

- | | |
|---|---------------------|
| 1. $\left(\frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1}\right) : \frac{2}{a-1}$; | А $a+1$; |
| 2. $\left(\frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}\right) : \frac{2}{a+1}$; | Б $a-1$; |
| 3. $\left(a + \frac{a}{a-1}\right) : a^2$; | В $\frac{1}{a+1}$; |
| 4. $\left(a - \frac{a}{a+1}\right) : \frac{a^2}{a^2+2a+1}$; | Г $\frac{1}{a-1}$; |
| | Д $\frac{1}{1-a}$; |

Розв'язок

1. Виконаємо дії за правилами дій надзвичайними дробами.

$$\left(\frac{1^{(a+1)}}{a-1} - \frac{1^{(a-1)}}{a+1}\right) : \frac{2}{a-1} = \frac{a+1-a-1}{(a-1)(a+1)} \cdot \frac{a-1}{2} = \frac{1}{a+1}.$$

Відповідь: В

4.26 Установити відповідність між виразами (1-4) та тотожно рівним їм дробом (А-Д).

- | | |
|--|---------------------------|
| 1. $\frac{1}{1+\frac{1}{a}}$; | А $\frac{2a+1}{2(a+1)}$; |
| 2. $\frac{1}{1+\frac{1}{2a+1}}$; | Б $\frac{2a+1}{a+1}$; |
| 3. $\frac{1}{1+\frac{1}{1+a}}$; | В $\frac{a+1}{2a+1}$; |
| 4. $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{a}}}$; | Г $\frac{a}{a+1}$; |
| | Д $\frac{a+1}{a+2}$; |

Розв'язок

2. Виконаємо дії з дробами.

$$\frac{1}{1^{(2a+1)} + \frac{1}{2a+1}} = \frac{1}{\frac{2a+1+1}{2a+1}} = \frac{2a+1}{2a+2} = \frac{2a+1}{2(a+1)}.$$

Відповідь: **A**

Тема 5. Ірраціональні вирази

Корінь та його властивості

Коренем n -го степеня з числа називається таке число, n -ий степінь якого дорівнює підкореневому виразу.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a, .$$

якщо n - парне, то $a \geq 0, b \geq 0$.

Основна властивість кореня.

$$1) \sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, n - \text{непарне}, \\ |a|, n - \text{парне}. \end{cases} \quad 2) (\sqrt[n]{a})^n = a;$$

Дії над коренями.

1) Додавати (віднімати) можна лише корені з однаковими степенями за правилом додавання подібних доданків(додаються лише коефіцієнти).

$$k\sqrt[n]{a} + p\sqrt[n]{a} = (k + p)\sqrt[n]{a} .$$

2) При множенні (діленні) коренів з однаковим показником, корінь залишається з тим самим показником, а підкореневі вирази перемножуються(діляться).

$$\begin{aligned} \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{ab} ; \\ \sqrt[n]{a \div b} &= \sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} . \end{aligned}$$

3) При піднесенні кореня до степеня, можна піднести до степеня підкореневий вираз.

$$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k} .$$

4) При добуванні кореня з іншого кореня, показники коренів перемножуються.

$$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a} .$$

5) Показник кореня можна змінити, помноживши або поділивши показники кореня та степеня підкореневого виразу на одне і теж число.

$$\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}} .$$

Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

5.1 Обчислити: $\sqrt{640} + \sqrt{49} + \sqrt{0,04} + \sqrt{0,0025}$.

А	Б	В	Г	Д
807,025	870,25	87,0205	87,25	870,025

5.2 Обчислити: $\sqrt{1\frac{1}{36}} \cdot \sqrt{1\frac{12}{37}} + \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
$26\frac{1}{6}$	$26\frac{13}{36}$	$5\frac{1}{6}$	$5\frac{5}{6}$	$6\frac{1}{6}$

5.3 Знайти значення виразу $\sqrt{15^2} + \sqrt{(-13)^2} + (\sqrt{3})^2$.

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

5	31	37	32	42
---	----	----	----	----

5.4 Спростити вираз $10\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}$.

А	Б	В	Г	Д
$17\sqrt{2}$	$39\sqrt{2}$	$37\sqrt{2}$	$19\sqrt{2}$	$24\sqrt{2}$

5.5 Знайти значення виразу $\sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2} - \sqrt{7}$.

А	Б	В	Г	Д
-3	$3 - 2\sqrt{7}$	$2 - \sqrt{7}$	3	$-3 - 2\sqrt{7}$

5.6 Обчислити: $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} - \sqrt[4]{16}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

5.7 Указати правильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[6]{18}$	$\sqrt[5]{3\sqrt{11}} = \sqrt[8]{11}$	$(\sqrt[3]{10})^3 = \sqrt[15]{10}$	$\sqrt[10]{(-2)^{10}} = -2$	$\sqrt[9]{(-3)^9} = -3$

5.8 (ЗНО-2013) Обчислити $\frac{2^{6,56}}{10^4}$.

А	Б	В	Г	Д
$10^{1,5}$	10^2	10^8	10^9	10^{10}

5.9 Обчислити: $9^{\frac{3}{2}} + 64^{-\frac{1}{3}}$.

А	Б	В	Г	Д
27,25	31	278	27	$-7\frac{5}{6}$

5.10 Обчислити: $\sqrt[3]{5^6 \cdot 2^9}$.

А	Б	В	Г	Д
200	8000	16000	400	800

5.11 Звільнитися від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{3}{\sqrt{7}-1}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{7}+1}{2}$	$\frac{\sqrt{7}-2}{2}$	$2(\sqrt{7}+1)$	$3(\sqrt{7}+1)$	$\frac{\sqrt{7}-1}{2}$

5.12 Винести множники під знаки коренів: $a\sqrt{-a} + b\sqrt{b}$.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{a^3} + \sqrt{b^3}$	$\sqrt{-a^3} + \sqrt{-b^3}$	$-\sqrt{-a^3} - \sqrt{b^3}$	$\sqrt{-a^3} + \sqrt{b^3}$	$-\sqrt{-a^3} + \sqrt{b^3}$

5.13 $\sqrt[4]{a^3\sqrt{a\sqrt{a}}} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt[3]{a}$	$\sqrt[9]{a^8}$	$\sqrt[8]{a}$	$\sqrt[8]{a^3}$	$\sqrt[3]{a^2}$

5.14 Спростити вираз $\sqrt[3]{\frac{a^4\sqrt[3]{b^9}}{a^{-9}}}$.

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

$-a^2b$	$-ab$	a^2b	a^2b^2	ab^2
---------	-------	--------	----------	--------

5.15 Спростити вираз $\sqrt[3]{\frac{x^9y^6z^3}{4 \cdot (-2)^4}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{x^3y^2z}{2}$	$\frac{x^6y^3}{4}$	$\frac{x^3y^2z}{4}$	$\frac{x^6y^3}{2}$	$\frac{x^3y^2}{4z}$

5.16 Знайти х, якщо $\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{1}{2}}} = 2^3$.

А	Б	В	Г	Д
-1,125	-0,875	-0,625	-0,375	-0,125

5.17 $\sqrt{(-2 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
0	4	-4	$4 + 2\sqrt{5}$	$2\sqrt{5}$

5.18 Знайти значення виразу $\sqrt[4]{x-3}^4 + \sqrt[4]{x-7,5}^4$, якщо $x=10$.

А	Б	В	Г	Д
-4,5	$2\sqrt{10} - 10,5$	$2x - 10,5$	4,5	3,5

5.19 $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{10}$	$3,5 + \sqrt{10}$	$\sqrt{3} + 2$	$\sqrt{2} + \sqrt{5}$	$1 + \sqrt{6}$

5.20. Звільнитись від ірраціональності в знаменному дробу $\frac{2}{\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{5}(\sqrt[3]{7} + \sqrt[3]{2})$	$\frac{2}{5}(\sqrt[3]{49} - \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4})$	$\frac{2}{5}(\sqrt[3]{49} + \sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4})$	$\frac{2}{5}(\sqrt[3]{7} - \sqrt[3]{2})$	$\frac{2}{5}(\sqrt[3]{49} + 2\sqrt[3]{14} + \sqrt[3]{4})$

5.21 Обчислити: $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{5}}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
7	$3\sqrt{5}$	$\frac{13 + 3\sqrt{5}}{4}$	3,5	$-1 - 1,5\sqrt{5}$

5.22 Знайти значення виразу $\sqrt{71 - 16\sqrt{7}} + \sqrt{11 - 4\sqrt{7}}$.

А	Б	В	Г	Д
$10 - 2\sqrt{7}$	-10	-6	10	6

5.23 Обчислити: $\sqrt{2 + \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{3}}}}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

5.24 Обчислити: $(\sqrt{2} - 1)\sqrt{4 + \sqrt{9 - 4\sqrt{2}}}$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	$2\sqrt{2}$

5.25. Обчислити: $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{80}+\sqrt{81}}$.

А	Б	В	Г	Д
1	3	5	8	9

Завдання 5.26-5.32 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

5.26. Установити відповідність між заданими виразами (1-4) та виразами, які їм тотожно дорівнюють (А-Д).

1 $\sqrt{(\sqrt{2} - 2)^2}$	А $2 + \sqrt{2}$
2 $\sqrt[3]{(\sqrt{2} - 3)^3}$	Б $-2 - \sqrt{2}$
3 $(\sqrt[4]{2 + \sqrt{2}})^4$	В $2 - \sqrt{2}$
4 $\sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$	Г $6 - 4\sqrt{2}$
	Д $\sqrt{2 - 2}$

Розв'язок

1. Застосуємо основну властивість кореня.

$$(\sqrt[n]{x})^n = x \quad \sqrt[n]{x^n} = \begin{cases} |x|, & \text{якщо } n - \text{парне} \\ x, & \text{якщо } n - \text{непарне} \end{cases}$$

$$\sqrt{(\sqrt{2} - 2)^2} = \left| \sqrt{2} - 2 \right| = -\sqrt{2} + 2.$$

Відповідь: В.

5.27. Установіть відповідність між заданими виразами (1-4) та виразами, які їм тотожно дорівнюють (А-Д).

1. $\sqrt[4]{16a^8b^4}, b < 0$	А $2 a b^2$
2. $\sqrt[3]{16a^3b^6}$	Б $2a^2b^2$
3. $\sqrt{4a^4b^4}$	В $-2a^2b$
4. $\sqrt{4a^2b^4}$	Г $2ab^2$
	Д $2\sqrt[3]{2}ab^2$

Розв'язок

2. Застосуємо основну властивість кореня $\sqrt[nk]{x^{mk}} = \sqrt[n]{x^m}$.

$$\sqrt[3]{16a^3b^6} = \sqrt[3]{2 \cdot 2^3 a^3 b^6} = 2ab^2\sqrt[3]{2}.$$

Відповідь: Д.

5.28 Установіть відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1. $(-27)^{\frac{1}{3}}$	А $-\frac{1}{3}$
2. $(-27)^{-\frac{1}{3}}$	Б $\frac{1}{3}$
3. $27^{-\frac{1}{3}}$	В -3

4. $27^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{3}}$

Г 3

Д 6

Розв'язок

3. Застосуємо властивість степеня $(a^n)^m = a^{nm}$ та $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

$$27^{-\frac{1}{3}} = (3^3)^{-\frac{1}{3}} = 3^{-1} = \frac{1}{3}.$$

Відповідь: Б.

5.29. Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1. $\sqrt{18} - \sqrt{32} + \sqrt{72}$

А $2\sqrt{2}$

2. $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{162}$

Б $3\sqrt{2}$

3. $\sqrt{200} - \sqrt{8} - \sqrt{50}$

В $4\sqrt{2}$

4. $\sqrt{128} + \sqrt{18} - \sqrt{98}$

Г $5\sqrt{2}$

Д $6\sqrt{2}$

Розв'язок

4. Винесемо множники з під коренів.

$$\sqrt{128} + \sqrt{18} - \sqrt{98} = \sqrt{2 \cdot 64} + \sqrt{2 \cdot 9} - \sqrt{2 \cdot 49} = 8\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 4\sqrt{2}.$$

Відповідь: В.

5.30. Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1. $\sqrt{(-1 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{5})^2}$

А 1

2. $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(-1 - \sqrt{5})^2}$

Б $\sqrt{5}$

3. $\sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2}$

В 4

4. $\sqrt{(-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(\sqrt{5} - 4)^2}$

Г $2\sqrt{5}$

Д 5

Розв'язок

$$1. \quad \sqrt{(-1 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{5})^2} = \left| \overbrace{-1 - \sqrt{5}}^{-} \right| + \left| \overbrace{4 - \sqrt{5}}^{+} \right| = 1 + \sqrt{5} + 4 - \sqrt{5} = 5.$$

Відповідь: Д.

5.31 Установіть відповідність між виразами (1-4) та тотожно рівними їм степенями (А-Д).

1 $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}$

А $a^{\frac{7}{16}}$

2 $\sqrt{a^4\sqrt{a\sqrt{a}}}$

Б $a^{\frac{9}{16}}$

3 $\sqrt{a\sqrt{a^4\sqrt{a}}}$

В $a^{\frac{11}{16}}$

$$4 \sqrt[4]{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$$

$$\Gamma a^{\frac{13}{16}}$$

$$\Delta a^{\frac{15}{16}}$$

Розв'язок

2. Застосуємо властивість кореня та степеня.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[nm]{x},$$

$$a^n = \sqrt[m]{a^{nm}},$$

$$a^n a^m = a^{nm}.$$

$$\sqrt{a^4 \sqrt{a\sqrt{a}}} = \sqrt[4]{a^4 a \sqrt{a}} = \sqrt[8]{a^5 \sqrt{a}} = \sqrt[8]{\sqrt{a^{10} a}} = \sqrt[16]{a^{11}} = a^{\frac{11}{16}}.$$

Відповідь: В.

5.32. Установіть відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

$$1. \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$$

А -2

$$2. \sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

Б -1

$$3. \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

В 1

$$4. \sqrt{\sqrt{3} - 2\sqrt{2}} - \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$$

Г 2

Д 3

3. Виділимо повний квадрат підкореневого виразу, використовуючи формулу $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

$$\begin{aligned} \sqrt{12 - 6\sqrt{3}} + \sqrt{3} &= \sqrt{3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} + \sqrt{3}^2} + \sqrt{3} = \sqrt{(3 - \sqrt{3})^2} + \sqrt{3} = \left| \overbrace{3 - \sqrt{3}}^{+} \right| + \sqrt{3} \\ &= 3 - \sqrt{3} + \sqrt{3} = 3. \end{aligned}$$

Відповідь: Д.

Розв'яжіть завдання 5.33-5.42. Відповідь запишіть десятковим дробом.

$$5.33. \text{ Обчислити: } (\sqrt[6]{27} + \sqrt[4]{64})(\sqrt[6]{27} - \sqrt[4]{64}).$$

$$5.34. \text{ Обчислити: } (\sqrt[6]{49 + 20\sqrt{6}} + \sqrt[3]{5 + 2\sqrt{6}}) \sqrt[3]{5 - 2\sqrt{6}}.$$

$$5.35. \text{ Обчислити: } \frac{53}{8-\sqrt{11}} + \frac{2}{\sqrt{13}+\sqrt{11}} - \frac{9}{\sqrt{13}+2}.$$

$$5.36. \text{ Спростити вираз } \left(\frac{1}{x^2} - x^{\frac{1}{2}} \right) \left(\frac{x^{\frac{1}{2}}-1}{x^2+1} - \frac{x^{\frac{1}{2}}+1}{x^2-1} \right)$$

$$5.37. \text{ Спростити вираз } \left(\frac{a^{0,5}+2}{a^{0,5}-2} + \frac{a^{0,5}-2}{a^{0,5}+2} - \frac{16}{a-4} \right)^4.$$

$$5.38. \text{ Обчислити } \sqrt{27 + 2\sqrt{50}} \cdot (5 - \sqrt{2}).$$

$$5.39. \text{ Спростити вираз } \left(\sqrt{a} + \frac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \right) \div \left(\frac{a}{\sqrt{ab}+b} + \frac{b}{\sqrt{ab}-a} - \frac{a+b}{\sqrt{ab}} \right) \text{ і знайти його значення, якщо } 1) a = 2\frac{1}{4}; b = 25; 2) a = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}; b = \left(\frac{2}{11}\right)^{-2}.$$

$$5.40. \text{ Обчислити: } \sqrt[3]{5\sqrt{2}} - 7 \cdot \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}.$$

5.41. Обчислити: $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}}$.

5.42. Спростити вираз $\sqrt[4]{28 - 16\sqrt{3}} - \sqrt{3}$.

Тема № 6. Показникові та логарифмічні вирази

Показникові тотожності

- $a^{-i} = \frac{1}{a^i}$;
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$;
- $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$;
- $a^1 = a$;
- $a^0 = 1$;
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
- $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
- $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$;
- $(a \div b)^m = a^m \div b^m$

Логарифми та їх властивості

Означення логарифма.

Логарифмом числа b з основою a називається показник степеня x , до якого треба піднести основу a , щоб отримати під логарифмічний вираз b .

$$\log_a b = x, \text{ де } a^x = b, b > 0, a > 0, a \neq 1.$$

Десятковий логарифм:

$$\log_{10} b = \lg b.$$

Натуральний логарифм:

$$\log_e b = \ln b.$$

Властивості логарифма.

- $a^{\log_a b} = b$. – основна логарифмічна тотожність.
- $\log_a 1 = 0, \lg 1 = 0, \ln 1 = 0$.
- $\log_a a = 1, \lg 10 = 1, \ln e = 1$.
- $\log_a b^\kappa = \kappa \log_a b$.
- $\log_{a^\kappa} b = \frac{1}{\kappa} \log_a b$.
- $\log_a b \cdot c = \log_a b + \log_a c$.
- $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$.
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

2. Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

6.1 Указати неправильну рівність.

А	Б	В	Г	Д
$\log_2 16 = 4$	$\log_2 \frac{1}{16} = -4$	$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{16} = 4$	$\log_{\frac{1}{2}} 16 = \frac{1}{4}$	$\log_{\frac{1}{2}} 16 = -4$

6.2 (ЗНО-2013) $\log_5 49 + 2 \log_5 \frac{5}{7} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
25	$\log_5 70$	$\log_4 49 \frac{5}{7}$	$\log_5 35$	2

6.3 Спростити вираз $\frac{3\lg 2 + 3\lg 5}{\lg 1300 - \lg 0,13}$.

А	Б	В	Г	Д
0,6	0,7	0,65	0,75	0,5

6.4 (ЗНО-2013) $\frac{\lg 25}{\lg 5} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\lg 5$	5	$\lg 20$	2	0,5

6.5 $\frac{\log_8 128 - \log_8 2}{\log_2 36 - \log_2 9} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
1	$\frac{14}{3}$	2	16	3

6.6 Обчислити значення виразу $\log_3 32 + 5 \log_3 \frac{3}{2}$.

А	Б	В	Г	Д
5	3	32	-5	9

6.7 Знайти значення x , якщо $\log_7 x = 2 \log_7 6 - \log_7 12 + \log_7 15$.

А	Б	В	Г	Д
39	7,5	15	$\frac{17}{4}$	45

6.8 Обчислити: $\frac{\log_3 32}{\log_3 2} + \frac{\log_7 27}{\log_7 3}$.

А	Б	В	Г	Д
15	8	25	54	64

6.9 Обчислити: $8^{\log_2 3} + 9^{\log_3 4}$.

А	Б	В	Г	Д
33	7	14	43	60

6.10 Обчислити: $\log_8 16$.

А	Б	В	Г	Д
8	2	$\frac{3}{4}$	12	$\frac{4}{3}$

6.11 Знайти $\log_3 200$, якщо $\log_3 2 = a, \log_3 5 = b$

А	Б	В	Г	Д
$3a + 2b$	$32ab$	$2a + 3b$	$3a + b$	$6(a + b)$

6.12 Обчислити: $\lg \lg 1^\circ \lg \lg 2^\circ \lg \lg 3^\circ \dots \lg \lg 88^\circ \lg \lg 89^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
89	0,1	10	1	0

6.13 Обчислити: $\lg \operatorname{tg} 1^\circ + \lg \operatorname{tg} 2^\circ + \lg \operatorname{tg} 3^\circ + \dots \lg \operatorname{tg} 88^\circ + \lg \operatorname{tg} 89^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
10	1	0	0,1	89

6.14 Обчислити: $7^{\log_3 3} - 3^{\log_3 7}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{7}{3}$	1	-1	2

6.15 Обчислити: $\log_5 7 \cdot \log_{49} 125$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{6}$	1	6	$\frac{2}{3}$	1,5

6.16 (ЗНО-2012) Записати числа $2^{15}, 4^{10}, 10^5$ у порядку зростання.

А	Б	В	Г	Д
$2^{15}, 4^{10}, 10^5$	$2^{15}, 10^5, 4^{10}$	$10^5, 2^{15}, 4^{10}$	$10^5, 4^{10}, 2^{15}$	$4^{10}, 2^{15}, 10^5$

6.17 Обчислити: $7^{1+\log_7 2} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
9	14	49	343	81

6.18 $\log_{3+4\sqrt{3}}(7-4\sqrt{3}) = \dots$

А	Б	В	Г	Д
14	2	1	-1	-2

6.19 $\log_7 \sqrt[5]{7 \cdot \sqrt[4]{7}} = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{7^{20}}$

6.20 Обчислити: $\log_8 7 \cdot \log_7 6 \cdot \log_6 4$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	2	3

6.21 Обчислити: $(2^{2+\frac{1}{\log_5 2}} + 25^{\frac{1}{2\log_5 5}} + 1)^{\frac{1}{2}}$.

А	Б	В	Г	Д
8	16	3	4	5

6.22 Обчислити: $(5^{\log_5(\sqrt{3}+8)} - 3^{\log_3(\sqrt{3}-8)^2})^2$.

А	Б	В	Г	Д
64	12	8	2	$65 - 16\sqrt{3}$

6.23 Обчислити: $\log_n \log_n \frac{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\dots \sqrt[n]{n}}}}{2008}$.

А	Б	В	Г	Д
2008	-2008	1004	-1004	1

Завдання передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

6.24. Установити відповідність між виразами (1-4) та виразами, які їм тотожно дорівнюють (А-Д).

1	$2\lg 5 + \lg 4$	А	5
2	$\log_3 5 : \log_3 2$	Б	$\log_5 2$
3	$\log_a (a^2 + a) - \log_a (a + 1)$	В	1
4	$2^{\log_{\sqrt{2}} \sqrt{3}}$	Г	$\log_2 5$
		Д	$\log_2 4$

Розв'язок

1. Застосуємо наступні властивості логарифма

$$\log_a b^n = n \log_a b, \quad \log_a x + \log_a y = \log_a xy.$$

$$2\lg 5 + \lg 4 = \lg 5^2 + \lg 4 = \lg 100 = \lg 10^2 = 2.$$

Враховуємо, що $\log_2 4 = 2$.

Відповідь: Д

6.25. Установити відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$\log_{27} 81$	А	-4
2	$\log_3 \frac{1}{81}$	Б	$-\frac{1}{4}$
3	$\log_{81} 3$	В	$\frac{1}{4}$
4	$\log_{81} \frac{1}{3}$	Г	$\frac{3}{4}$
		Д	$\frac{4}{3}$

Розв'язок

2. Застосуємо наступні властивості логарифма

$$\log_a b^n = n \log_a b, \quad \log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b, \quad \log_a a = 1.$$

$$\log_3 \frac{1}{81} = \log_3 3^{-4} = -4 \log_3 3 = -4.$$

Відповідь: А

6.26. Установити відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$\log_8 16$	А	0,(6)
2	$\log_{\frac{1}{16}} \frac{1}{32}$	Б	0,75
3	$\log_{25} 125$	В	1,25
4	$\log_{27} 9$	Г	1,(3)
		Д	1,5

Розв'язок

4. Використаємо властивість логарифма

$$\log_{27} 9 = \log_{3^3} 3^2 = \frac{2}{3} \log_3 3 = \frac{2}{3} = 0,666... = 0,(6).$$

Відповідь: А

6.27. Установити відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$\log_5 \frac{5\sqrt{5}}{\sqrt[5]{5}}$	А	0,3
2	$\log_2 \frac{4}{\sqrt[3]{2}}$	Б	0,(3)
3	$\log_5 \frac{5}{\sqrt[3]{25}}$	В	1,3
4	$\log_3 3^{\sqrt[3]{3}}$	Г	1,(3)
		Д	1,(6)

Розв'язок

3. Пригадаємо властивість кореня та степеня

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad a^n \div a^m = a^{n-m}.$$

$$\log_5 \frac{5}{\sqrt[3]{25}} = \log_5 \frac{5}{5^{\frac{2}{3}}} = \log_5 5^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_5 5 = \frac{1}{3} = 0,3333... = 0,(3).$$

Відповідь: Б

6.28. Установити відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$\frac{\log_8 4 + \log_8 16}{\log_6 16 + \log_6 81}$	А	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{\log_{12} 2 + \log_{12} 72}{\log_5 75 - \log_5 3}$	Б	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{\log_5 75 - \log_5 3}{\log_4 32 + \log_4 128}$	В	$\frac{2}{3}$
4	$\frac{\log_3 6 + \log_3 \frac{3}{2}}{\log_3 54 - \log_3 2}$	Г	1
		Д	$\frac{4}{3}$

Розв'язок

1. Застосуємо правило додавання логарифмів і логарифма степеня.

$$\frac{\log_8 4 + \log_8 16}{\log_6 16 + \log_6 81} = \frac{\log_8 64}{\log_6 16 \cdot 81} = \frac{\log_8 8^2}{\log_6 6^4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

Відповідь: Б

6.29. Установити відповідність між логарифмічними виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$4^{\log_2 5}$	А	6
2	$5^{1+\log_5 2}$	Б	8
3	$\sqrt{3^{\log_3 64}}$	В	10
4	$2^{2\log_4 12-1}$	Г	12
		Д	25

Розв'язок

2. Застосуємо основну логарифмічну тотожність логарифма

$$a^{\log_a b} = b.$$

$$5^{1+\log_5 2} = 5 \cdot 5^{\log_5 2} = 5 \cdot 2 = 10.$$

Відповідь: Б

6.30. Установити відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$\frac{\log_3 64}{\log_3 2} + \frac{\log_5 9}{\log_5 3}$	А	7
2	$\frac{\log_4 625}{\log_4 5} + \frac{\log_7 128}{\log_7 2}$	Б	8
3	$\frac{\log_5 49}{\log_5 7} + \frac{\log_3 \frac{1}{16}}{\log_3 \frac{1}{2}}$	В	9
4	$\frac{\lg 125}{\lg 5} + \frac{\log_3 16}{\log_3 2}$	Г	6
		Д	11

Розв'язок

3. Використаємо властивості логарифма

$$\frac{\log_5 49}{\log_5 7} + \frac{\log_3 \frac{1}{16}}{\log_3 \frac{1}{2}} = \frac{\log_5 7^2}{\log_5 7} + \frac{\log_3 2^{-4}}{\log_3 2^{-1}} = \frac{2 \log_5 7}{\log_5 7} + \frac{-4 \log_3 2}{-1 \log_3 2} = 2 + 4 = 6.$$

Відповідь: Г

6.31. Установити відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$\log_3 7 \cdot \log_{49} 81$	А	1,25
2	$\log_5 8 \cdot \log_{16} 125$	Б	1,5
3	$\log_9 1000 \cdot \lg 3$	В	1,75
4	$\log_{81} 128 \cdot \log_2 3$	Г	2
		Д	2,25

Розв'язок

4. Використаємо формулу переходу до іншої основи

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}.$$
$$\log_{81} 128 \cdot \log_2 3 = \frac{\lg 128 \cdot \lg 3}{\lg 81 \cdot \lg 2} = \frac{\lg 2^6 \cdot \lg 3}{\lg 3^4 \cdot \lg 2} = \frac{6 \lg 2 \cdot \lg 3}{4 \lg 3 \cdot \lg 2} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Відповідь: Б

6.32. Установити відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д).

1	$\log_8 6 \cdot \log_6 5 \cdot \log_5 4$	А	$\frac{5}{8}$
2	$\log_{14} 8 \cdot \log_{15} 14 \cdot \log_{16} 15$	Б	$\frac{1}{7}$
3	$\log_7 5 \cdot \log_5 4 \cdot \log_{32} 7$	В	$\frac{2}{3}$
4	$\lg 2 \cdot \log_{11} 10 \cdot \log_{128} 11$	Г	$\frac{3}{4}$
		Д	$\frac{2}{5}$

Розв'язок

1. Використаємо формулу переходу до іншої основи

$$\log_8 6 \cdot \log_6 5 \cdot \log_5 4 = \frac{\lg 6 \cdot \lg 5 \cdot \lg 4}{\lg 8 \cdot \lg 6 \cdot \lg 5} = \frac{\lg 2^2}{\lg 2^3} = \frac{2 \lg 2}{3 \lg 2} = \frac{2}{3}.$$

Відповідь: **В**

6.33. $\log_7 2 = a$, $\log_7 3 = b$. Установити відповідність між логарифмами чисел (1-4) та їх вираженням через a та b (А-Д).

1	$\log_7 1,5$	А	$\frac{1}{a+b}$
2	$\log_7 4,5$	Б	$\frac{2b}{a}$
3	$\log_6 7$	В	$2b - a$
4	$\log_2 9$	Г	$\frac{1}{a-b}$
		Д	$b - a$

Розв'язок

2. Використаємо формулу різниці логарифмів

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}.$$

$$\log_7 4,5 = \log_7 \frac{9}{2} = \log_7 3^2 - \log_7 2 = 2 \log_7 3 - \log_7 2 = 2b - a.$$

Відповідь: **В**

6.34. $\log_a b = 5$. Установити відповідність між виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\log_{ab} a$	А	5,5
2	$\log_{ab} b$	Б	3
3	$\log_b \sqrt{ab}$	В	$\frac{5}{6}$
4	$\log_a \sqrt{ab}$	Г	0,6
		Д	$\frac{1}{6}$

Розв'язок

3. За властивостями логарифма отримаємо

$$\log_b \sqrt{ab} = \log_b (ab)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\log_b a + \log_b b) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\log_a b} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} + 1 \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Відповідь: **В**

Розв'яжіть завдання 6.35-6.48. Відповідь запишіть десятковим дробом.

6.35. (ЗНО-2015) Обчислити значення виразу $\frac{1}{70} \cdot 2^{3 \log_2 7}$

6.36. Обчислити: $(25^{2-\log_5 75} + 7^{-\log_7 3}) \cdot 27$.

6.37. Обчислити: $3^{\frac{\log_3 5}{\log_3 3}} - 5^{\log_3 5} + 7^{\log_7 49}$

6.38. Обчислити: $0,25^{\lg 0,5} \cdot 0,04^{\lg 0,5} + 81^{0,5 \log_9 7} - 0,5 \cdot 27^{\frac{1}{\log_3 3}}$

6.39. Обчислити: $\log_3 49 \cdot \log_{\sqrt{7}} 5 \cdot \log_{25} 27$

6.40. Обчислити: $2^{\log \frac{2}{3}} \cdot 3^{\log_2 3} \cdot 9^{\log_3 2}$

Тема 7. Тригонометричні вирази

Теоретичний матеріал

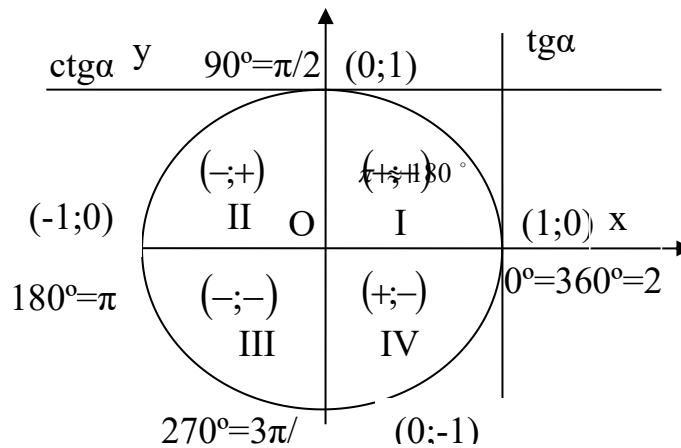
88. Тригонометрія

$$\sin \alpha = y$$

$$\cos \alpha = x$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{y}$$



Тотожні перетворення тригонометричних виразів

Співвідношення між тригонометричними функціями одного ж самого аргументу $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$ $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$ $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$ $1 + \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ $1 + \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$	Формули подвійного аргументу $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ $\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$ $\operatorname{ctg} 2x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{2 \operatorname{tg} x}$ Формули пониження степеня. $\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$ $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ $\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$
Формули додавання $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$ $\operatorname{tg}(x \pm y) = \frac{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}{1 \mp \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$ $\operatorname{ctg}(x \pm y) = \frac{1 \mp \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y}$	Формули перетворення суми і різниці тригонометричних функцій $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$ $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$ $\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cos y} \quad \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cos y}$
Формули перетворення добутку на суму	Парність та непарність

$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$ $\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$ $\sin x \cos y = \frac{1}{2}(\sin(x-y) + \sin(x+y))$	$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$ $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ $\arcsin(-a) = -\arcsin a$ $\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$ $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$ $\operatorname{arccotg}(-a) = \pi - \operatorname{arccotg} a$
--	--

Найпростіші тригонометричні рівняння

Рівняння	Множина розв'язків ($n \in \mathbb{Z}$)	Частинні випадки
$\sin x = a, \quad -1 \leq a \leq 1$ $\sin x = -a$	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n$ $x = (-1)^{n+1} \arcsin a + \pi n$	$\sin x = 1 \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$ $\sin x = 0 \quad x = \pi n$ $\sin x = -1 \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\cos x = a, \quad -1 \leq a \leq 1$ $\cos x = -a$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n$ $x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n$	$\cos x = 1 \quad x = 2\pi n$ $\cos x = 0 \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ $\cos x = -1 \quad x = \pi + 2\pi n$
$\operatorname{tg} x = a, \quad a \in \mathbb{R}$ $\operatorname{tg} x = -a$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$ $x = -\operatorname{arctg} a + \pi n$	
$\operatorname{ctg} x = a, \quad a \in \mathbb{R}$	$x = \operatorname{arccotg} a + \pi n$ $x = \pi - \operatorname{arccotg} a + \pi n$	

Формули зведення

кут	$\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	$\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$	$(\pi - x)$	$(\pi + x)$	$\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$	$\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$	$(2\pi - x)$	$(2\pi + x)$
чверть	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>IV</i>	<i>I</i>
$\sin$	$\cos x$	$\cos x$	$\sin x$	$-\sin x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$
$\cos$	$\sin x$	$-\sin x$	$-\cos x$	$-\cos x$	$-\sin x$	$\sin x$	$\cos x$	$\cos x$
tg	$\operatorname{ctg} x$	$-\operatorname{ctg} x$	$-\operatorname{tg} x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$	$-\operatorname{ctg} x$	$-\operatorname{tg} x$	$\operatorname{tg} x$
ctg	$\operatorname{tg} x$	$-\operatorname{tg} x$	$-\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{tg} x$	$-\operatorname{tg} x$	$-\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{ctg} x$

Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

7.1 $\sin^4 a + \sin^2 a \cos^2 a - \sin^2 a = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$-2\sin^2 a$	1	$2\cos^2 a$	$2\sin^2 a$	0

7.2 На одиничному колі зображено точку P(-0,8;0,6) і кут. Визначити $\cos a$

А	Б	В	Г	Д
-0,8	0,6	0,8	-0,6	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

7.3 Спростити вираз $\operatorname{ctg}(-a) \cdot \operatorname{tg}(-a) - \sin^2(-a)$.

А	Б	В	Г	Д
$\cos a$	$\cos^2 a$	$\sin^2 a$	$1 + \sin^2 a$	$-\cos^2 a$

7.4 Спростити вираз $\frac{1}{1+\operatorname{tg}^2 a}$

А	Б	В	Г	Д
$\cos^2 a$	$\sin^2 a$	$\operatorname{tg}^2 a$	$\operatorname{ctg}^2 a$	1

7.5 Відомо що $\operatorname{ctg} a < 0, \cos a > 0$. Якого значення може набувати $\sin a$?

А	Б	В	Г	Д
-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1

7.6 Знайти значення виразу $3\sin^2 a - 7\cos^2 a$, якщо $\cos a = -0.1$

А	Б	В	Г	Д
2	2,9	3,1	3,96	2,92

7.7 Знайти значення виразу $\cos\left(a - \beta + \frac{\pi}{3}\right) + 2 \sin(a + \pi) \cos(\beta - \pi)$, якщо $a = 0,1\pi$, $\beta = 0,15\pi$.

А	Б	В	Г	Д
0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

7.8 $\operatorname{tg} 7^\circ \operatorname{tg} 83^\circ + \operatorname{tg} 19^\circ \operatorname{tg} 71^\circ = \dots$

А	Б	В	Г	Д
0	1	2	3	4

7.9 $\frac{\cos a \cos \beta - \cos(a + \beta)}{\cos(a - \beta) - \sin a \sin \beta}$

А	Б	В	Г	Д
1	$\operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta$	$\sin a \sin \beta$	$\cos a \cos \beta$	$\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta$

7.10 $\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg}(x + y)} + \frac{\operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y}{\operatorname{tg}(x - y)}$

А	Б	В	Г	Д
2	0	1	$2\operatorname{tg} x$	$2\operatorname{tg}(x + y)$

7.11 $\sin(\pi - 2a) + 2\cos\left(\frac{3}{2}\pi + a\right) \sin\left(\frac{3}{2}\pi - a\right) =$

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

$\sin 2a$	1	$3\cos 2a$	3	0
-----------	---	------------	---	---

7.12 $\cos^4 \frac{a}{2} - \sin^4 \frac{a}{2} =$

A	Б	В	Г	Д
$\sin a$	$\cos a$	$\cos \frac{a}{4}$	$\cos 2a$	1

7.13 $\frac{\sin 40^\circ}{2\cos^2 20^\circ} =$

A	Б	В	Г	Д
$\cos 20^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\sin 20^\circ$	$\operatorname{ctg} 20^\circ$	$\operatorname{tg} 20^\circ$

7.14 $\sin 48^\circ + \sin 12^\circ =$

A	Б	В	Г	Д
$\sin 36^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 18^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\cos 18^\circ$

7.15 $\cos 70^\circ - \cos 10^\circ =$

A	Б	В	Г	Д
$-\sin 40^\circ$	$\sin 40^\circ$	$\cos 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$2\sin 40^\circ$

7.16 $\cos 70^\circ + \cos 50^\circ =$

A	Б	В	Г	Д
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$2\cos 10^\circ$	$\sin 10^\circ$	$\cos 10^\circ$

7.17 Знайти значення виразу $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$, якщо $x = -\frac{\pi}{6}$

A	Б	В	Г	Д
0,5	-0,25	-0,5	-2	0,25

7.18 $\cos 105^\circ \cos 15^\circ =$

A	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

7.19 $\sin 105^\circ \cos 15^\circ =$

A	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$	$\frac{2 + \sqrt{3}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

7.20 $\sin 75^\circ \sin 15^\circ =$

A	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{4}$

7.21 $\sin \left(\arccos \frac{1}{4} \right) =$

A	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{\sqrt{15}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{15}}{4}$

$$7.22 \cos\left(-\frac{1}{2}\arcsin\frac{1}{6}\right)$$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{17}{18}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{15}{16}$

$$7.23 \operatorname{tg}\left(-\frac{1}{2}\arcsin 0.6\right)=$$

А	Б	В	Г	Д
0,3	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{3}{4}$

$$7.24 \text{ Обчислити } 3\sqrt{3}\cos(\operatorname{arctg}\sqrt{2})$$

А	Б	В	Г	Д
3	-3	± 3	$3\sqrt{6}$	$3\sqrt{2}$

$$7.25 16\cos\frac{\pi}{9}\cos\frac{2\pi}{9}\cos\frac{4\pi}{9}=$$

А	Б	В	Г	Д
0,5	-0,5	2	-2	0

$$7.26 \sin\frac{3\pi}{14} - \sin\frac{\pi}{14} - \sin\frac{5\pi}{14} = \dots$$

А	Б	В	Г	Д
-0,5	1	0	0,5	-1

Завдання передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

7.27. Установити відповідність між виразами (1-4) та виразами, які їм тотожно дорівнюють (А-Д).

1	$\sin \alpha \cos \alpha$	А	$\frac{1}{2} \sin 2\alpha$
2	$1-2 \sin^2 \alpha$	Б	$-\cos 2\alpha$
3	$\cos\left(\frac{\pi}{2}-2\alpha\right)$	В	$\cos 2\alpha$
4	$\cos(\pi-2\alpha)$	Г	$2 \cos \alpha$
		Д	$\sin 2\alpha$

Розв'язок

1. Скористаємося формулою подвійного аргументу

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha.$$

$$\frac{2}{2} \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha.$$

Відповідь: А

7.28. Установити відповідність між виразами (1-4) та виразами, які їм дорівнюють (А-Д).

1	$\sin 740^\circ$	А	$\cos 50^\circ$
2	$\cos 560^\circ$	Б	$\sin 50^\circ$
3	$\cos 225^\circ$	В	$\sin 20^\circ$
4	$2 \sin 20^\circ \cos 20^\circ$	Г	$\sin (-45^\circ)$
		Д	$-\cos 20^\circ$

Розв'язок

2. Скористаємося періодичністю тригонометричних функцій ($T = \pm 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$).

$$\cos 560^\circ = \cos (560^\circ - 360^\circ) = \cos 200^\circ.$$

Скористаємося формулою зведення $\cos (180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$.

$$\cos 200^\circ = \cos (180^\circ + 20^\circ) = -\cos 20^\circ.$$

Відповідь: Д

7.29. Установити відповідність між виразами (1-4) та виразами, які їм тотожно дорівнюють (А-Д).

1	$\sin (45^\circ + \alpha)$	А	$\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos \alpha - \sin \alpha)$
2	$\cos (45^\circ + \alpha)$	Б	$\cos \alpha \cos 2\alpha + \sin \alpha \sin 2\alpha$
3	$\cos 3\alpha$	В	$\frac{\sqrt{2}}{2} (\sin \alpha + \cos \alpha)$
4	$\sin 3\alpha$	Г	$\cos \alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \sin 2\alpha$
		Д	$\sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha$

Розв'язок

3. Скористаємося формулою додавання

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

$$\cos 3\alpha = \cos (\alpha + 2\alpha) = \cos \alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \sin 2\alpha.$$

Відповідь: Г

7.30. Одна зі сторін кута збігається з додатною піввіссю абсцис, а інша перетинає одиничне коло в точці $(-\frac{5}{13}; -\frac{12}{13})$. Установити відповідність між тригонометричними функціями кута β (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\sin \beta$	А	$\frac{5}{12}$
2	$\cos \beta$	Б	$\frac{12}{5}$
3	$\operatorname{tg} \beta$	В	$-\frac{12}{13}$
4	$\operatorname{ctg} \beta$	Г	$-\frac{5}{13}$
		Д	$\frac{13}{12}$

Розв'язок

4. Скористаємося визначенням тригонометричних функцій $\operatorname{ctg} \beta = \frac{x}{y}$, де $(x; y)$ - координати точки одиничного кола, що відповідає куту β .

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{-\frac{5}{13}}{-\frac{12}{13}} = \frac{5}{13} \cdot \frac{13}{12} = \frac{5}{12}.$$

Відповідь: А

7.31. $\sin \beta = a$, β – кут I чверті. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)$	А	a
2	$\sin(\pi - \beta)$	Б	$-a$
3	$\sin(\pi + \beta)$	В	$\frac{1}{a}$
4	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right)$	Г	$-\sqrt{1 - a^2}$
		Д	$\sqrt{1 - a^2}$

Розв'язок

1. Скористаємося формулою зведення

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = \cos \beta.$$

Застосуємо основну тригонометричну тотожність.

$$\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1.$$

Виразимо косинус.

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - a^2}.$$

Відповідь: Д

7.32. α – кут I чверті, $\operatorname{tg} \alpha = a$. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$	А	$\sqrt{1 - a^2}$
2	$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$	Б	a
3	$\operatorname{tg}(\pi - \alpha)$	В	$\frac{1}{a}$
4	$\operatorname{tg}(\pi + \alpha)$	Г	$-a$
		Д	$-\frac{1}{a}$

Розв'язок

2. Скористаємося формулою зведення

$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{1}{a}.$$

Відповідь: В

7.33. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\sin 510^\circ$	А	$-\frac{1}{2}$
2	$\cos 690^\circ$	Б	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
3	$\cos 840^\circ$	В	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
4	$\sin 960^\circ$	Г	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$Д \quad \frac{1}{2}$$

Розв'язок

3. Скористаємося періодичністю тригонометричних функцій ($T = \pm 360^\circ n, n \in \mathbb{Z}$).

$$\cos 840^\circ = \cos (840^\circ - 720^\circ) = \cos 120^\circ.$$

Скористаємося формулою зведення $\cos (180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

$$\cos 120^\circ = \cos (180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}.$$

Відповідь: А

7.34. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\operatorname{tg} \frac{20\pi}{3}$	А	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
2	$\operatorname{tg} \frac{28\pi}{3}$	Б	$-\sqrt{3}$
3	$\operatorname{tg} \left(-\frac{31\pi}{6}\right)$	В	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
4	$\operatorname{ctg} \frac{16\pi}{3}$	Г	$\sqrt{3}$
		Д	-1

Розв'язок

4. Скористаємося періодичністю тригонометричних функцій ($T = \pm \pi n, n \in \mathbb{Z}$).

$$\operatorname{ctg} \frac{16\pi}{3} = \operatorname{ctg} \frac{15\pi + \pi}{3} = \operatorname{ctg} \left(5\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Відповідь: В

7.35. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та тотожно рівними їм виразами (А-Д).

1	$\cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x$	А	$\sin 4x$
2	$\cos 3x \cos x + \sin 3x \sin x$	Б	$-\cos 4x$
3	$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x$	В	$\cos 4x$
4	$\sin 3x \cos x - \sin 3x \cos x$	Г	$\cos 2x$
		Д	$-\sin 2x$

Розв'язок

1. Скористаємося формулою додавання

$$\cos (\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.$$

$$\cos 3x \cos x - \sin 3x \sin x = \cos (3x + x) = \cos 4x.$$

Відповідь: В

7.36. α – кут другої чверті, $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Установити відповідність між заданими тригонометричними виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\sin 2\alpha$	А	$-\frac{119}{120}$
2	$\cos 2\alpha$	Б	$-\frac{119}{169}$

3	$\text{tg } 2\alpha$	В	$\frac{119}{169}$
4	$\text{ctg } 2\alpha$	Г	$-\frac{120}{119}$
		Д	$-\frac{120}{169}$

Розв'язок

2. Скористаємося формулою подвійного аргументу та основною тригонометричною тотожністю.

$$\begin{aligned}\cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha, & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1. \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha.\end{aligned}$$

Підставимо значення

$$\cos 2\alpha = 1 - 2 \cdot \left(\frac{5}{13}\right)^2 = 1 - \frac{50}{169} = \frac{119}{169}.$$

Відповідь: В

7.37. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та тотожно рівними їм виразами (А-Д).

1	$\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha}$	А	$\text{tg } \alpha$
2	$\frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha}{\sin \alpha + \sin 3\alpha}$	Б	$\text{ctg } \alpha$
3	$\frac{\sin 2\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha}$	В	$\text{tg } 2\alpha$
4	$\frac{\sin 3\alpha + \sin \alpha}{\cos 3\alpha + \cos \alpha}$	Г	$\text{ctg } 2\alpha$
		Д	$-\text{ctg } 2\alpha$

Розв'язок

3. Застосуємо формулу перетворення суми в добуток

$$\frac{\sin 2\alpha + \sin 4\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 4\alpha} = \frac{2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \cos \frac{2\alpha - 4\alpha}{2}}{-2 \sin \frac{2\alpha + 4\alpha}{2} \sin \frac{2\alpha - 4\alpha}{2}} = \frac{\sin 3\alpha \cos \alpha}{\sin 3\alpha \sin \alpha} = \text{ctg } \alpha$$

Відповідь: Б

7.38. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та тотожно рівними їм виразами (А-Д).

1	$\sin 10^\circ + \cos 20^\circ$	А	$\sin 50^\circ$
2	$\sin 20^\circ + \cos 10^\circ$	Б	$\sin 40^\circ$
3	$\cos 20^\circ - \sin 10^\circ$	В	$\sqrt{3} \sin 40^\circ$
4	$\cos 10^\circ - \sin 20^\circ$	Г	$\sqrt{3} \sin 50^\circ$
		Д	$-\sqrt{3} \sin 50^\circ$

Розв'язок

4. Скористаємося формулою зведення для зміни функції, щоб знайти різницю синусів.

$$\sin (90^\circ - \beta) = \cos \beta.$$

$$\begin{aligned}\cos 10^\circ - \sin 20^\circ &= \cos (90^\circ - 80^\circ) - \sin 20^\circ = \sin 80^\circ - \sin 20^\circ = \\ 2 \sin \frac{80^\circ - 20^\circ}{2} \cos \frac{80^\circ + 20^\circ}{2} &= 2 \sin 30^\circ \cos 50^\circ = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos 50^\circ = \cos 50^\circ = \\ \cos (90^\circ - 40^\circ) &= \sin 40^\circ.\end{aligned}$$

Відповідь: Б

7.39. Установити відповідність між тригонометричними виразами (1-4) та їх значеннями (А-Д).

1	$\operatorname{tg}(\arcsin \frac{4}{5})$	А	$\frac{4}{5}$
2	$\operatorname{ctg}(\arccos \frac{3}{5})$	Б	$\frac{3}{5}$
3	$\cos(\arcsin(-\frac{3}{5}))$	В	$\frac{3}{4}$
4	$\sin(\arccos(-\frac{4}{5}))$	Г	$\frac{4}{3}$
		Д	$-\frac{3}{5}$

Розв'язок

1. Виразимо тангенс через синус.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}.$$

Замінімо $\alpha = \arcsin \frac{4}{5}$, щоб використати тотожність

$$\sin(\arcsin \frac{4}{5}) = \frac{4}{5}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{1 - (\frac{4}{5})^2}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{1 - \frac{16}{25}}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3}.$$

Відповідь: Г

Розв'яжіть завдання 7.40 – 7.50. Відповідь запишіть десятковим дробом.

7.40. Обчислити: $\frac{\sin(\alpha + \frac{\pi}{2}) \cos(\alpha - \pi) \operatorname{tg}(-\alpha)}{\sin(\alpha - \pi) \cos(\alpha - \frac{3\pi}{2}) \operatorname{ctg}(\pi - \alpha)}.$

7.41. Спростити: $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha.$

7.42. Спростити: $\frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \cdot \frac{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha} - \operatorname{tg}^2 \alpha.$

7.43. Спростити: $\frac{\cos \alpha - \cos 3\alpha + \cos 5\alpha - \cos 7\alpha}{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} \cdot 2 \operatorname{ctg} \alpha.$

7.44. Спростити: $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha}{5 \cos \alpha \cdot (\cos \alpha + \cos 2\alpha)}.$

7.45. Спростити: $(\sin(2\pi - x) \operatorname{tg}(\frac{3\pi}{2} - x) - \cos(x - \pi) - \sin(x - \pi))^2 + \cos^2(\pi - x).$

7.46. Обчислити: $2 \sin 20^\circ \cos 50^\circ \sin 60^\circ \cos 10^\circ.$

7.47. Обчислити: $\frac{1}{\cos 1 + \cos 3} + \frac{1}{\cos 1 + \cos 5} + \frac{1}{\cos 1 + \cos 7} + \dots + \frac{1}{\cos 1 + \cos 2001} +$

$\frac{\operatorname{tg} 1 - \operatorname{tg} 1001}{2 \sin 1}.$

7.48. Спростити вираз: $\frac{\cos 5\alpha + 5 \cos 3\alpha + 10 \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}.$

7.49. Спростити вираз: $26 \sin(2 \operatorname{arctg} \frac{2}{3}) - \operatorname{tg}(\frac{1}{2} \arccos \frac{7}{25})$.

7.50. Якщо $x = 2 \arcsin \frac{1}{6}$, то: 1) $18 \cos x = \dots$; 2) $18 \sqrt{35} \sin x = \dots$.

Тема 8 «Прогресії»

Арифметичною прогресією називається числова послідовність,

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots,$$

в якій кожний член, починаючи з другого, дорівнює попередньому, до якого додається одне й те саме число d , яке називається **різницею** арифметичної прогресії

Прогресія називається **зростаючою**, якщо кожний її наступний член більший попереднього (різниця прогресії більше нуля), і **спадною**, якщо кожний наступний член менше попереднього (різниця прогресії менше нуля).

Властивості :

1. Кожний член, починаючи з другого, дорівнює середньому арифметичному двох сусідніх членів:

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}.$$

2. Сума будь-яких членів скінченної арифметичної прогресії, які рівновіддалені від її крайніх членів, дорівнює сумі крайніх членів

Формула n -го члена арифметичної прогресії

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Формула суми n – перших членів арифметичної прогресії

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$
$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} n$$

Геометричною прогресією називається числова послідовність

$$b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots,$$

у якій перший член відмінний від нуля, а кожний член, починаючи з другого, дорівнює попередньому, який множиться на одне й те саме для даної послідовності число, відмінне від нуля. Це число називається **знаменником** геометричної прогресії і позначається q .

Властивості:

1. Квадрат будь-якого члена геометричної прогресії, починаючи з другого, дорівнює добутку двох сусідніх.

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

2. Добуток членів геометричної прогресії, рівновіддалених від її крайніх членів, однакові й дорівнюють добутку її крайніх членів

Формула для n -го члена геометричної прогресії.

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

Формула суми n перших членів геометричної прогресії

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}.$$

Нескінченно спадна геометрична прогресія – це нескінченна геометрична прогресія, знаменник якої за модулем менший одиниці $|q| < 1$.

Сума всіх членів цієї прогресії визначається за формулою

$$S = \frac{b_1}{1-q}.$$

Завдання мають по п'ять варіантів відповідей, з яких тільки одна правильна.

8.1. Знайти тридцять перший член арифметичної прогресії 3; 5,5; 8;...

А	Б	В	Г	Д
85,5	83	80,5	78	73,5

8.2. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n-го члена $a_n=4-8n$. Знайти різницю цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
8	4	-2	-4	-8

8.3 Ламана містить 14 відрізків. Кожний її відрізок, починаючи і другого, на 2 см більший від попереднього. Знайти довжину найменшого з відрізків, якщо найбільший з них дорівнює 29 см.

А	Б	В	Г	Д
2см	2,5см	3см	3,5см	4см

8.4 В арифметичній прогресії $a_1 = 3$, m , $a_{75}=299$. Знайти a_{50} .

А	Б	В	Г	Д
90	99	190	199	203

8.5. В арифметичній прогресії тридцять членів. Знайти суму всіх членів прогресії, якщо перший її член дорівнює: $a_1=-12$, а останній— 75.

А	Б	В	Г	Д
1305	945	2610	835	1890

8.6. Знайти суму перших тринадцяти членів арифметичної прогресії -8; -5; -2; ...

А	Б	В	Г	Д
140	120	130	240	260

8.7. Третій і сьомий члени арифметичної прогресії відповідно дорівнюють 11 і 23. Знайти суму 10-ти перших членів цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
85	35	185	175	370

8.8. Записати формулу для обчислення n-го члена геометричної прогресії 4; 12; 36;...

А	Б	В	Г	Д
$b_n=3 \times 4^{n-1}$	$b_n=4 \times 8^{n-1}$	$b_n=4 \times (\frac{1}{3})^{n-1}$	$b_n=4 \times 3^{n-1}$	$b_n=4 \times 3^n$

8.9 Визначити знаменник геометричної прогресії (b_n) , якщо $b_9=24$, $b_6=-\frac{1}{9}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$	$-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$	3	6	-6

8.10 $17+17^2+17^3+\dots+17^{20}=\dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{16 \times (17^{20} - 1)}{17}$	$\frac{17 \times (17^{19} - 1)}{16}$	$\frac{17 \times (17^{20} - 1)}{16}$	$\frac{17^{20} - 1}{16}$	$\frac{17^{21} - 1}{16}$

8.11 Знайти суму нескінченно спадної геометричної прогресії $3; -\frac{3}{2}; \frac{3}{4}; -\frac{3}{8}; \dots$

А	Б	В	Г	Д
2	3	6	2,5	1

8.12 Обчислити суму $21^{-1}+21^{-2}+21^{-3}+\dots$

А	Б	В	Г	Д
0,1	0,05	0,01	0,2	0,02

8.13 (a_n) - арифметична прогресія, в якій $a_1=9$, $a_{10}=27$. Знайти a_{15} .

А	Б	В	Г	Д
Не можна визначити	41	39	47	37

8.14 В арифметичній прогресії (a_n) $a_8 = 6$. Знайти S_{15} .

А	Б	В	Г	Д
180	84	96	90	Не можна визначити

8.15 Сума восьмого і двадцятого членів арифметичної прогресії дорівнює 48. Знайти чотирнадцятий член прогресії.

А	Б	В	Г	Д
96	24	26	22	Не можна визначити

8.16 (a_n) – арифметична прогресія. Знайти суму перших її десяти членів, якщо $a_4=10$ і $a_7=19$.

А	Б	В	Г	Д
145	290	155	390	310

8.17 Знайти суму натуральних чисел від 40 до 200 включно.

А	Б	В	Г	Д
19280	19200	19320	38400	38640

8.18 Знайти знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо її перший член $b_1=\frac{1}{101}$, а сума - $\frac{1}{100}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{101}$	$\frac{1}{200}$	$\frac{1}{300}$

8.19. Вираз $1-a+a^2-a^3+a^4-a^5+a^6-a^7+a^8-a^9$, де $a \neq 1$, тотожно дорівнює виразу...

А	Б	В	Г	Д
$\frac{a^{10}-1}{a-1}$	$\frac{a^{10}+1}{a+1}$	$\frac{a^{10}-1}{a+1}$	$\frac{1+a^{10}}{a+1}$	$\frac{1-a^5}{a+1}$

8.20. У пробірці міститься три клітинки, які розмножуються поділом навпіл. Скільки утвориться клітин після n-го поділу?

А	Б	В	Г	Д
$2 \cdot 3^n$	$2 \cdot 3^{n-1}$	$3 + 2^n$	$3 \cdot 2^{n-1}$	$3 \cdot 2^n$

8.21. Вкладник вніс до банку a гривень під 10% річних. Скільки грошей буде на рахунку вкладника через n років?

А	Б	В	Г	Д
$1,1^n a$	$1,1a^n$	$(1 + 0,1^n)a$	$(1 + 1,1^n)a$	$0,1d^n$

8.22. $11 + 101 + 1001 + 10001 + \underbrace{100\dots001}_n = \dots$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{10^{n+1} + n - 10}{9}$	$\frac{10^{n+2} + 9n - 1}{9}$	$\frac{10^{n+2} - 10}{9}$	$\frac{10^{n+1} - 10}{9}$	$\frac{10^{n+2} + 10n - 1}{9}$

Завдання передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ.

8.23. Установити відповідність між послідовностями (1-4) та їхніми можливими властивостями (А-Д).

1 Арифметична прогресія ($d = 1$)

$$\text{А } S_n = \frac{n^2 + 13n}{2}$$

2 Арифметична прогресія ($d \neq 1$)

$$\text{Б } S = \frac{b_1}{1-q}$$

3 Геометрична прогресія ($|q| > 1$)

$$\text{В } S_n = (3n + 2)n$$

4 Нескінченна геометрична прогресія ($|q| < 1$)

$$\text{Г } b_n = 2^n$$

$$\text{Д } b_n = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$$

Розв'язок

1. Запишемо формулу суми перших n членів арифметичної прогресії.

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n.$$

Якщо $d = 1$ і $a_1 = 7$, то отримаємо

$$S_n = \frac{14 + n - 1}{2} n = \frac{n^2 + 13n}{2}.$$

Відповідь: А

8.24. Установити відповідність між арифметичними прогресіями (a_n) (1-4), заданими двома членами, та їх різницями (А-Д).

1 $a_1 = -1, a_2 = 3$

А -2

2 $a_1 = -30, a_5 = -6$

Б -4

3 $a_1 = 13, a_4 = 1$

В 2

4 $a_1 = 17, a_{11} = -3$

Г 4

Д 6

Розв'язок

2. Запишемо формулу n -го члена арифметичної прогресії.

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

Якщо $a_1 = -30, a_5 = -6$, то отримаємо

$$a_5 = -30 + 4d.$$

Розв'яжемо рівняння

$$-6 = -30 + 4d;$$

$$24 = 4d;$$

$$6 = d.$$

Відповідь: Д

8.25. Установити відповідність між арифметичними прогресіями (a_n) (1-4), заданими двома членами, та формулами n -го члена (А-Д).

1 $a_1 = 2, a_3 = 12$	А $a_n = 5 + 3n$
2 $a_2 = -11, a_5 = -20$	Б $a_n = 3 + 5n$
3 $a_3 = 18, a_7 = 38$	В $a_n = -5 - 3n$
4 $a_4 = -23, a_6 = -33$	Г $a_n = -3 - 5n$
	Д $a_n = -3 + 5n$

Розв'язок

3. Запишемо формулу n -го члена арифметичної прогресії.

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

Якщо $a_3 = 18, a_7 = 38$ то отримаємо

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d, \\ a_7 = a_1 + 6d. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь способом віднімання рівнянь.

$$\begin{cases} 18 = a_1 + 2d, \\ 38 = a_1 + 6d; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 20 = 4d, \\ 18 = a_1 + 2d; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 = d, \\ 18 = a_1 + 10; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 = d, \\ 8 = a_1. \end{cases}$$

Підставимо отримані значення у формулу n -го члена.

$$a_n = 8 + 5(n - 1);$$

$$a_n = 5n + 3.$$

Відповідь: Б

8.26. Установити відповідність між арифметичними прогресіями (a_n) (1-4), заданими двома членами, та їх десятим членом (А-Д).

1 $a_1 = -9, a_3 = -23$	А $a_{10} = 25$
2 $a_1 = -2, a_7 = 16$	Б $a_{10} = 35$
3 $a_1 = -5, a_{13} = -29$	В $a_{10} = -45$
4 $a_1 = -1, a_{14} = 51$	Г $a_{10} = -23$
	Д $a_{10} = -72$

Розв'язок

4. Запишемо формулу n -го члена арифметичної прогресії.

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

Якщо $a_1 = -1, a_{14} = 51$ то отримаємо

$$a_{14} = -1 + 13d.$$

Розв'яжемо рівняння.

$$51 = -1 + 13d;$$

$$52 = 13d;$$

$$4 = d.$$

Знайдемо десятий член прогресії.

$$a_{10} = -1 + 9 \cdot 4 = 35.$$

Відповідь: Б

8.27. Установити відповідність між арифметичними прогресіями (a_n) (1-4), заданими двома членами, та формулами сум n перших її членів (А-Д).

1 $a_1 = 5, a_2 = 9$	А $S_n = n^2 + 6n$
2 $a_1 = -5, a_3 = -13$	Б $S_n = -n^2 - 10n$
3 $a_1 = 7, a_4 = 13$	В $S_n = -2n^2 - 3n$
4 $a_1 = -11, a_5 = -19$	Г $S_n = 2n^2 + 3n$
	Д $S_n = -n^2 + 10n$

Розв'язок

1. Запишемо формулу n -го члена арифметичної прогресії.

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

Якщо $a_1 = 5, a_2 = 9$, то отримаємо

$$a_2 = 5 + d.$$

Розв'яжемо рівняння

$$9 = 5 + d;$$

$$4 = d.$$

Підставимо отримані значення у формулу суми перших n членів арифметичної прогресії

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n.$$

Виконаємо спрощення виразу.

$$S_n = \frac{10 + 4(n-1)}{2} n = \frac{6n + 4n^2}{2} = 2n^2 + 3n.$$

Відповідь: Г

8.28. Установити відповідність між арифметичними прогресіями (a_n) (1-4), заданими двома членами, та сумами 10 перших її членів (А-Д).

1 $a_1 = 7, a_2 = 9$	А -160
2 $a_1 = -7, a_2 = -9$	Б -60
3 $a_1 = -3, a_3 = 1$	В 0
4 $a_1 = 3, a_3 = -1$	Г 60
	Д 160

Розв'язок

2. Запишемо формулу n -го члена арифметичної прогресії.

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

Якщо $a_1 = -7, a_2 = -9$, то отримаємо

$$a_2 = -7 + d.$$

Розв'яжемо рівняння

$$-9 = -7 + d;$$

$$-2 = d.$$

Підставимо отримані значення у формулу суми перших n членів арифметичної прогресії

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n.$$

Знайдемо суму 10 перших членів прогресії.

$$S_{10} = \frac{-14 - 2 \cdot 9}{2} \cdot 10 = -160.$$

Відповідь: А

8.29. Установити відповідність між геометричними прогресіями (b_n) (1-4), заданими двома членами, та їх знаменниками (А-Д).

- | | |
|-------------------------|------------------|
| 1 $b_1 = -2, b_4 = -54$ | А -3 |
| 2 $b_2 = -6, b_5 = 162$ | Б $-0,5$ |
| 3 $b_1 = 32, b_4 = 4$ | В $-\frac{1}{3}$ |
| 4 $b_3 = -24, b_6 = 3$ | Г $0,5$ |
| | Д 3 |

Розв'язок

3. Запишемо формулу n -го члена геометричної прогресії.

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

Якщо $b_1 = 32, b_4 = 4$, то отримаємо

$$b_4 = 32q^3$$

Розв'яжемо рівняння

$$4 = 32q^3;$$

$$\frac{1}{8} = q^3.$$

$$\frac{1}{2} = q.$$

Відповідь: Г

8.30. Установити відповідність між геометричними прогресіями (b_n) (1-4), заданими двома членами, та формулами n -го члена (А-Д).

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1 $b_1 = 4, b_4 = 108$ | А $b_n = 2 \cdot (-3)^{n-1}$ |
| 2 $b_1 = 2, b_4 = -54$ | Б $b_n = 3 \cdot (-2)^{n-1}$ |
| 3 $b_2 = -6, b_5 = 48$ | В $b_n = 4 \cdot (-3)^{n-1}$ |
| 4 $b_2 = 6, b_5 = \frac{81}{32}$ | Г $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ |
| | Д $b_n = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$ |

Розв'язок

4. Запишемо формулу n -го члена геометричної прогресії.

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

Якщо $b_2 = 6, b_5 = \frac{81}{32}$, то отримаємо

$$\begin{cases} b_2 = b_1 q, \\ b_5 = b_1 q^4. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь

$$\begin{cases} 6 = b_1 q, \\ \frac{81}{32} = b_1 q^4. \end{cases}$$

Поділимо рівняння

$$\begin{cases} 6 = b_1 q, \\ \frac{27}{64} = q^3; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{4}, \\ 6 = b_1 \cdot \frac{3}{4}; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{4}, \\ b_1 = 8. \end{cases}$$

Підставимо отримані значення у формулу n – го члена геометричної прогресії.

$$b_n = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

Відповідь: Д

8.31. Установити відповідність між геометричними прогресіями (b_n) (1-4), заданими двома першими членами, та формулами суми n перших їх членів (А-Д).

1 $b_1 = 4, b_2 = 8$	А $S_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} - \frac{1}{2}$
2 $b_1 = -4, b_2 = -2$	Б $S_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1} + \frac{1}{2}$
3 $b_1 = 12, b_2 = -24$	В $S_n = 2^{n+2} - 4$
4 $b_1 = \frac{3}{4}, b_2 = -\frac{3}{8}$	Г $S_n = 2^{-n+3} - 8$
	Д $S_n = 2 \cdot (-2)^{n+1} + 4$

Розв'язок

1. Запишемо формулу n – го члена геометричної прогресії.

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

Якщо $b_1 = 4, b_2 = 8$, то отримаємо

$$b_2 = 4q.$$

Розв'яжемо рівняння

$$\begin{aligned} 8 &= 4q; \\ q &= 2. \end{aligned}$$

Підставимо отримані значення у формулу суми перших n членів геометричної прогресії.

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}. \\ S_n &= \frac{4(2^n - 1)}{2 - 1} = 4(2^n - 1) = 2^{n+2} - 4. \end{aligned}$$

Відповідь: В

8.32. Установити відповідність між нескінченними спадними геометричними прогресіями (b_n) (1-4), заданими двома першими членами, та їх сумами (А-Д).

1 $b_1 = 6, b_2 = 1$	А $20\frac{5}{6}$
2 $b_1 = 25, b_2 = -5$	Б 0,6
3 $b_1 = \frac{2}{3}, b_2 = -\frac{1}{3}$	В 3,6
4 $b_1 = \frac{3}{7}, b_2 = \frac{6}{49}$	Г 7,2
	Д $\frac{4}{9}$

Розв'язок

2. Запишемо формулу n – го члена геометричної прогресії.

$$b_n = b_1 q^{n-1}.$$

Якщо $b_1 = 25, b_2 = -5$ то отримаємо

$$b_2 = 25q.$$

Розв'яжемо рівняння

$$\begin{aligned} -5 &= 25q; \\ q &= -\frac{1}{5}. \end{aligned}$$

Підставимо отримані значення у формулу суми членів нескінченно спадної геометричної прогресії.

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{b_1}{1-q}. \\ S_n &= \frac{25}{1+\frac{1}{5}} = 25 \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{6} = 20\frac{5}{6}. \end{aligned}$$

Відповідь: А

8.33. Установити відповідність між заданими виразами (1-4) та їх сумами (А-Д).

1 $1 + a^2 + a^4 + a^6 + a^8 + a^{10}$, де $a \neq \pm 1$	А $\frac{a^7+1}{a+1}$
2 $1 - a + a^2 - a^3 + a^4 - a^5 + a^6$, де $a \neq -1$	Б $\frac{a^{14}-a^2}{a^2-1}$
3 $a^2 + a^4 + a^6 + a^8 + a^{10} + a^{12}$, де $a \neq \pm 1$	В $\frac{a-a^7}{a+1}$
4 $a - a^2 + a^3 - a^4 + a^5 - a^6$, де $a \neq -1$	Г $\frac{a-a^7}{a-1}$ Д $\frac{1-a^{12}}{1-a^2}$

Розв'язок

3. Даний вираз є сумою геометричної прогресії.

$$a^2 + a^4 + a^6 + a^8 + a^{10} + a^{12}, \text{ де } a \neq \pm 1$$

В якій $b_1 = a^2$, $q = a^2$.

Підставимо отримані значення у формулу суми перших n членів

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{b_1(q^n-1)}{q-1}. \\ S_6 &= \frac{a^2((a^2)^6-1)}{a^2-1} = \frac{a^{14}-a^2}{a^2-1}. \end{aligned}$$

Відповідь: Б

Розв'яжіть завдання 8. 34 – 8.37. Відповідь запишіть десятковим дробом.

8. 34. Знайти найбільший від'ємний член арифметичної прогресії (a_n), у якої $a_1 = 101$, $d = -7$.

8.35. Плавець під час першого тренування подолав дистанцію у 450 м. Кожного наступного тренування він пропливав на 50 м більше, ніж попереднього, поки не досягнув результату – 1000 м за одне тренування. Після чого під час кожного відвідування басейну плавець пропливав 1000 м. Скільки всього кілометрів проплив плавець за перші 10 тижнів тренувань, якщо він тренувався тричі кожного тижня?

8. 36. Із двох точок, відстань між якими дорівнює 155 м, одночасно починають рухатися назустріч одне одному два тіла. Перше тіло рухається рівномірно зі швидкістю 8 м/с, а друге тіло за першу секунду пройшло 3 м, а кожної наступної секунди проходить на 1 м більше, ніж за попередню. Через скільки секунд тіла зустрінуться?

8. 37. Знайти суму S усіх трицифрових чисел, які діляться на число 7 без остачі. У відповідь записати $S \div 100$.

Література

1. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенько А.К. Математика (підручник для студентів ВНЗ I-II р.а. технічних спеціальностей) – К.: Вища школа, 2001
2. Лейфура В.М. та інші. Математика (підручник для підготовки молодших спеціалістів економічних спеціальностей) – К.: Техніка, 2003
3. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенько А.К. Дидактичні матеріали з математики (навчальний посібник для студентів ВНЗ I-II р.а.) – К.: Вища школа, 2001
4. Бурда М.І., Дубинчук О.С., Мальований Ю.І. Математика (підручник для навчальних закладів освіти гуманітарного профілю), 10-11 кл. – К.: Освіта, 2001
5. Бурда М.І. Математика, 10-11 кл. – К.: Освіта, 2005
6. Бевз Г.П. Алгебра і початки аналізу (підручник для шкіл, ліцеїв, гімназій гуманітарного напрямку), 10-11 кл. – К.: ТОВ «Бліц», 2005
7. Шкіль М.І., Слєпкань З.І., Дубинчук О.С. Алгебра і початки аналізу (підручник), 10-11 кл. – К.: Зодіак – ЕКО, 2002.
8. Бевз Г.П. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10-11 класу загальноосвіт. навч. закл. – К.: Освіта, 2005
9. Погорєлов О.В. Геометрія: Планіметрія: Підруч. для 10-11 кл. загальноосвіт. навч. закл. – К.: Школяр, 2004, Освіта, 2001
10. Бевз Г.П. та інші. Геометрія: Підручник для шкіл з поглибленим вивченням математики), 10-11 кл. – К.: Освіта, 2000, 2005
11. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 10 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти. – К.: Освіта, 2005
12. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Хмара Т.М. Алгебра і початки аналізу: Підручник для 11 кл. з поглибленим вивченням математики в середніх закладах освіти. – К.: Освіта, 2005
13. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Алгебра та початки аналізу. За ред. Слєпкань З.І. 11 кл. – Х.: Гімназія, 2005
14. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. Геометрія. За ред. Слєпкань З.І. 11 кл. – Х.: Гімназія, 2005
15. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенько А.К. Геометрія (підручник для шкіл (класів) технічного профілю), 10-11 кл. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2004
16. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенько А.К. Алгебра і початки аналізу (підручник), 10, 11 кл. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003
17. Тадеєв В.О. Геометрія (підручник). 10, 11 кл. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2003
18. Бевз Г.П. та інші. Геометрія: Підручник для 10 – 11 кл. загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Вежа, 2004